

一种新的宽带 LFM 信号到达角估计

谭文群

(南昌工程学院 电气与电子系, 江西 南昌 330099)

摘要: 利用分数阶傅里叶变换 (FrFT) 良好的信号选择性和抗干扰能力, 提出了基于 FrFT-自聚焦的宽带 LFM (线性调频) 信号到达角估计 (DOA) 方法, 实现宽带 LFM 信号 DOA 高分辨率估计, 仿真实验验证了新方法的有效性。

关键词: 宽带线性调频信号; 分数阶傅里叶变换; 到达角

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

A new method of wide-band LFM DOA estimation

TAN Wen Qun

(Department of Electrical and Electronic Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China)

Abstract: A new wide-band LFM DOA estimation based on FrFT-auto-focusing is proposed, which can perform high resolution DOA estimation by exploiting the FrFT's capability of signal selectivity and anti-interference. The validity of the new method is verified by simulation.

Key words: wide-band linear frequency modulation; fractal Fourier transform; direction of arrival

近几年来, 宽带 LFM (线性调频) DOA 估计在国内逐渐成为研究热点, 如田达、李立萍等的研究^[1-3]。早期的宽带信号阵列研究是在宽带模型基础上进行的, 这些方法通常可分为非相干信号子空间类算法 (ISSM)^[4]和相干信号子空间类算法 (CSSM)^[5-6]。ISSM 类算法在低信噪比下性能较差; CSSM 算法的核心是设计频域聚焦矩阵。随着聚焦变换研究的深入, 聚焦矩阵本身由平凡矩阵发展为保范酉阵^[6]。CSSM 算法中用到时频分布, 传统的 Cohen 类双线性时频分布的交叉项导致虚假的 DOA 估计方向。本文利用宽带 LFM 信号在分数阶傅里叶变换 (FrFT) 域特有的信号选择性和抗干扰能力, 实现宽带 LFM 信号到达角高分辨率估计。

1 基本模型

在零均值时-空联合平稳高斯白噪声环境背景下, 假设 P 个不相干的宽带 LFM 信号以方位角 $\{\theta_p\}_{p=1}^P$ 入射到一个 M 个阵元的均匀线阵, 所有阵元均位于 x 轴上, 阵元间距 d 设为最高频率对应波长的一半, 以避免在整个信号带宽内到达角估计的模糊。以第一阵元作为参考阵元, 则 x 轴上第 m ($m=1, 2, \dots, M$) 阵元基带输出数据为:

$$x_m(t) = \sum_{p=1}^P s_p(t - \tau_{pm}) + e_m(t) \quad (1)$$

式中, $s_p(t) = A_p \exp[j(2\pi f_{p0} t + \pi K_p t^2)]$ 为第 p 个宽带线性调频信号波形, A_p , f_{p0} 及 K_p 分别为其复振幅、初始频率和调频斜率, 第 m 阵元上的信号相对于参考阵元的传播延时为 $\tau_{pm} = (m-1)d \cos \theta_p / c$, c 为光速, $e_m(t)$ 为第 m 阵元的背景噪声项, 将信号波形表达式代入 (1) 式有:

$$x_m(t) = \sum_{p=1}^P e^{-j2\pi(f_{p0} + K_p t)\tau_{pm} + j\pi K_p \tau_{pm}^2} s_p(t) + e_m(t) \quad (2)$$

忽略较小的延时平方项 $j\pi K_p \tau_{pm}^2$, 则有:

$$\begin{aligned} x_m(t) &= \sum_{p=1}^P e^{-j2\pi(f_{p0} + K_p t)\tau_{pm}} s_p(t) + e_m(t) \\ &= \sum_{p=1}^P e^{-j2\pi f_p(t)\tau_{pm}} s_p(t) + e_m(t) \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $f_p(t) = f_{p0} + K_p t$ 为信号瞬时频率。进一步将所有阵元数据记为向量形式, 得到宽带 LFM 信号瞬时窄带模型^[7]:

$$x(t) = A(t)s(t) + e(t) \quad (4)$$

式中, $A(t) = [a_1(t), a_2(t), \dots, a_p(t)]$ 为阵列流形矩阵, 其中信号 $s_p(t)$ 的阵列流形 $a_p(t)$ 表示为:

$$a_p(t) = [1, e^{-j2\pi f_p(t)\tau_{p2}}, \dots, e^{-j2\pi f_p(t)\tau_{pM}}]^T \quad (5)$$

2 FrFT-自聚焦 DOA 估计

为摆脱宽带 LFM 信号到达角估计对 DOA 估计初值的依赖, 考虑在频域上采用自聚焦方法变换 WLFM 阵列

流形,然后结合空间 FrFT 实现宽带 LFM 信号分离,并最终实现信号方位角估计。可以借鉴 CSSM 类方法中的聚焦思路处理宽带调频信号。

考虑所研究信号的非平稳性,这里不再对接收数据做如同传统 CSSM 方法中那样的时域分段,而直接对(4)式做傅里叶变换:

$$X(f)=A(f)S(f)+e(f) \quad (6)$$

根据阵元单通道数据频谱确定出信号有效带宽范围 $[f_{\min}, f_{\max}]$,选择 f_{\max} 作为聚焦频率,首先按照自聚焦方法^[6]设计初始自聚焦矩阵 $T_k[0]$:

$$T_k[0]=V_k U_k^H \quad k=1,2,\dots,K \quad (7)$$

式中酉矩阵 U_k 和 V_k 是 Q_k 矩阵的左、右奇异向量矩阵:

$$Q_k = \int_{-1}^1 a(f_k, u) a^H(f_{\max}, u) w(u) du = U_k A_k V_k^H \quad (8)$$

式中, $w(u)$ 为积分加权函数。

根据(7)式设计出 $T_k[0]$,对(6)式的频域数据做聚焦变换:

$$\begin{aligned} X_k(f_{\max}) &= T_k[0]X(f_k) \\ &= T_k[0]A(f_k)S(f_k) + T_k[0]e(f_k) \\ &= A(f_{\max})S(f_k) + T_k[0]e(f_k) \quad k=1,2,\dots,K \end{aligned} \quad (9)$$

式中, f_k 为信号有效带宽内的 K 个频率点。

由于入射信号具有线性调频特性,现对聚焦变换后的阵列数据做 α 阶空间 FrFT:

$$\begin{aligned} F^\alpha\{X_k(f_{\max})\}(u) &= F^\alpha\{A(f_{\max})S(f) + T_k[0]e(f)\}(u) \\ &= A(f_{\max})F^\alpha\{S(f)\}(u) + T_k[0]F^\alpha\{e(f)\}(u) \end{aligned} \quad (10)$$

因为传统傅里叶变换实际上即为 $\alpha=\pi/2$ 阶的 FrFT,

以及分数阶变换旋转叠加性质 ($F^{\alpha_1+\alpha_2} = F^{\alpha_1} F^{\alpha_2}$), 所以有:

$$\begin{aligned} F^\alpha\{S(f)\}(u) &= F^\alpha\{F^{\pi/2}\{s(t)\}\}(u) \\ &= F^{\alpha+\pi/2}\{s(t)\}(v) \end{aligned} \quad (11)$$

根据(11)式,(10)式可变为:

$$\begin{aligned} X^\alpha(u) &= F^\alpha\{X(f_{\max})\}(u) \\ &= A(f_{\max})F^{\alpha+\pi/2}\{s(t)\}(v) + T_k[0]F^{\alpha+\pi/2}\{e(t)\}(v) \end{aligned} \quad (12)$$

若对一调频斜率为 β 的线性调频信号 $s(t)$ 作 $\alpha=\arctan(\beta)$ 阶的 FrFT,则可将该信号解调为单频信号(u 域表示);若再施加 $\alpha=\pi/2$ 的 FrFT,则得该信号的 v 域表示,将表现为类似时域冲激函数的高度聚焦信号,即会产生谱峰。因此只要各入射信号调制特性不相同,则在(12)式中取 $\alpha=\arctan(\alpha_p)$ ($p=1,2,\dots,P$),即可分离出宽带线性调频信号 $s_p(t)$ ($p=1,2,\dots,P$) 聚焦后的阵列数据 $X^{\alpha_p}(u)$,对其作峰值搜索并截取其峰值位置 u_p 处左右 $2L+1$ 点数据,记成向量形式为:

$$X^{\alpha_p}(u_p) = [X^{\alpha_p}(u_p-L), \dots, X^{\alpha_p}(u_p), \dots, X^{\alpha_p}(u_p+L)]^T \quad (13)$$

式中, $X^{\alpha_p}(u_p)$ 为信号 $s_p(t)$ 分数阶域波束空间数据向量,计算其自协方差矩阵:

$$R^{\alpha_p}(u_p) = X^{\alpha_p}(u_p) [X^{\alpha_p}(u_p)]^H \quad (14)$$

做 $R^{\alpha_p}(u_p)$ 的特征结构分解,求出一维信号子空间 U_s ,

《电子技术应用》2009 年第 7 期

应用传统阵列测向方法,即可获得宽带线调信号 $s_p(t)$ ($p=1,2,\dots,P$) 的对应于初始自聚焦矩阵 $T_k[0]$ 的入射方位对应的空间频率估计,记为向量 $\hat{u}[0]=[\hat{u}_1[0], \hat{u}_2[0], \dots, \hat{u}_p[0]]^T$ 。这种处理方法被称为 FrFT-CSSM。

根据前一步的估计向量 $\hat{u}[i-1]$ ($i-1$ 为迭代步骤,其初值为 0),如按自聚焦方法设计第 i 步迭代中唯一最佳聚焦矩阵^[6]为:

$$T_k[i] = V_i U_i^H + YFG^H X^H, \quad k=1,2,\dots,K \quad (15)$$

其中酉矩阵 U_i 和 V_i 可由下面的矩阵奇异值分解获得:

$$\begin{aligned} A(f_k, \hat{u}[i-1]) A^H(f_{\max}, \hat{u}[i-1]) &= \\ U A V^H &= [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^H \\ V_2^H \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

X 和 Y 两矩阵各列向量分别构成酉矩阵 U_i 和 V_i 列空间的正交补空间的一组正交基,可分别由投影矩阵 $I-U_i U_i^H$ 及 $I-V_i V_i^H$ 特征分解后的特征向量矩阵给出。酉矩阵 F 和 G 可由下面的矩阵奇异值分解求得:

$$Y^H Q^H X = F A G^H \quad (17)$$

$$\text{其中 } Q = \sum_{p=1}^P \int_{\mu_p[i]} a(f_k, u) a^H(f_{\max}, u) w(u) du。$$

利用(15)式给出的最佳聚焦矩阵 $T_k[i]$ 和 FrFT,再对阵列频域数据重新作(12)式的变换,并采用 FrFT-CSSM 方法获得第 i 步迭代下的估计向量 $\hat{u}[i]$,重复(15)式以下的过程直至获得所要求精度的宽带 LFM 信号方位角估计。

假定入射信号为两个相干宽带 LFM 信号 $s_1(t), s_2(t)$ ($=\rho s_1(t)$),其中复常数 ρ 为两信号的相干系数,两信号具有相同的调制特性和时频结构,在 FrFT 变换下具有相同的信号表示(暂不考虑噪声),则(14)式可具体表示为:

$$\begin{aligned} R^{\alpha_p}(u_p) &= [a_1(f_{\max}) \ a_2(f_{\max})] \begin{bmatrix} c_{11}(u) & c_{12}(u) \\ c_{21}(u) & c_{22}(u) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^H(f_{\max}) \\ a_2^H(f_{\max}) \end{bmatrix} \\ &= [a_1(f_{\max}) \ a_2(f_{\max})] \begin{bmatrix} c_{11}(u) & c_{11}(u)\rho^* \\ c_{11}(u)\rho & c_{11}(u) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^H(f_{\max}) \\ a_2^H(f_{\max}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

$$c_{ij}(u) = F^{\alpha+\pi/2}\{s_j(t)\}(u) [F^{\alpha+\pi/2}\{s_i(t)\}(u)]^*, \quad (i, j=1,2)$$

由此式可看出信号间的相干关系,使得矩阵 $R^{\alpha_p}(u_p)$ 秩亏损(秩为 1),这将导致无法正确划分信号子空间和噪声子空间,进而导致子空间类方法在此失效。可见 FrFT-自聚焦方法不能处理相干信号。为使这里的 FrFT-自聚焦方法能够处理相干信号,可考虑辅助以空域平滑方法,这将要求阵列系统在几何配置上具有平移不变结构和/或旋转不变结构。

3 仿真结果与分析

由于两个等功率宽带 LFM 信号 $s_1(n)=A_1 \exp(j2\pi(0.2n-0.08n^2/N))$, $s_2(n)=A_2 \exp(j2\pi(0.02n+0.07n^2/N))$ 分别从 $Q_1=6^\circ, Q_2=-10^\circ$ 方向入射一个 5 阵元均匀线阵,快拍数 $N=250$,阵元噪声为零均值加性高斯白噪声。为了加强方位扇区 $[-20^\circ, 20^\circ]$ 的聚焦性能,借鉴参考文献[4]中积分加

权函数的设计思路, 将实验中的积分加权函数设置为:

$$w(u) = \begin{cases} 1 & |u| \leq 0.35 \\ 1/2 & 0.35 < |u| \leq 1 \end{cases}$$

图 1 和图 2 分别为信噪比(SNR)取 10 dB 时, 由参考阵元数据计算出的频谱、伪维格纳时频分布。

图 3(a)和(b)分别为信噪比(SNR)取 10 dB 时, 由参考阵元数据计算出的信号 $s_1(n)$ 和信号 $s_2(n)$ 的 v 域表示。

图 4(a)和(b)分别为两实验信号初

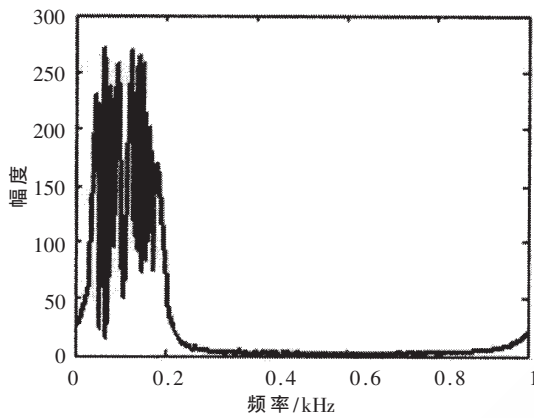


图 1 参考阵元数据频谱(SNR=10 dB)

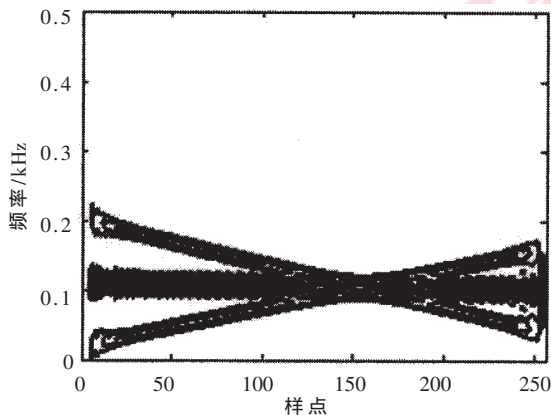


图 2 参考阵元数据 WVD(SNR=10 dB)

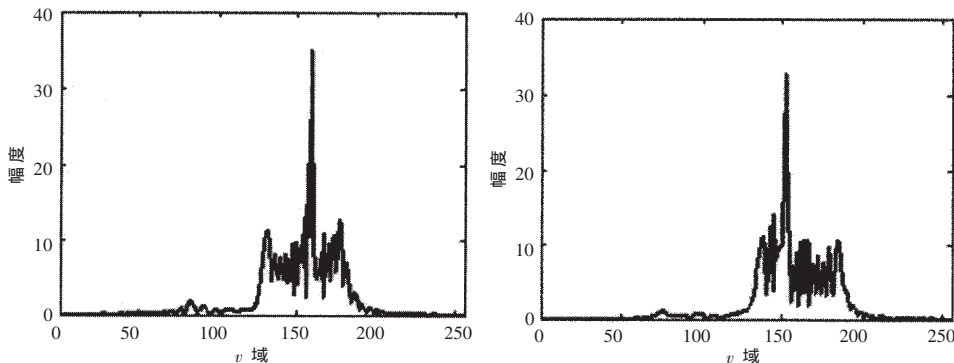


图 3 由参考阵元数据计算出的信号 v 域表示(SNR=10 dB)

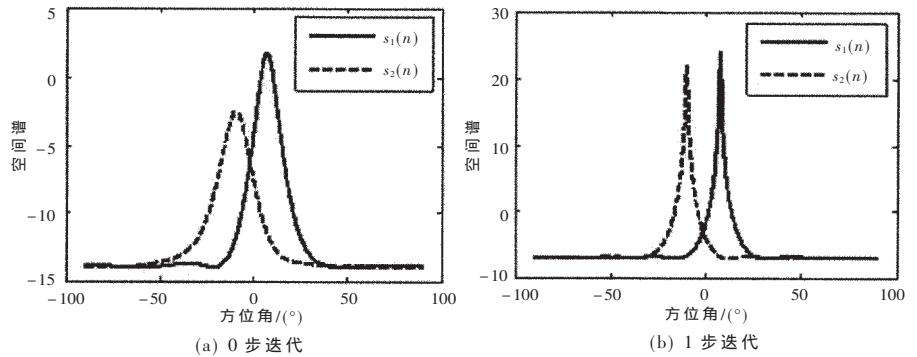


图 4 FRFT-MUSIC 空间谱

始阶段(第 0 步迭代)及经过 1 步迭代后的 MUSIC 空间谱。两信号经分数阶傅里叶变换后, 在各自的变换域中, 具有类似冲激函数的形式, 因而具有高度聚焦性能。由此所提出的算法将实现两实验信号聚焦变换后阵列数据的选择性提取。FrFT-MUSIC 空间谱的方位角搜索范围为 $[-90^\circ, 90^\circ]$, 搜索步长为 0.01° 。可以发现, 较之图 4 (a) 中的谱峰, 经 1 步迭代后的图 4 (b) 中的谱峰具有多得多的锐利度, 反映出了所提出的算法快速的收敛速度和优良的参数估计精度。

图 5 为不同信噪比下两实验信号方位角估计均方根误差(算法进行一步迭代, 100 次 Monte-Carlo 实验), 实验数据表明, 算法具有较稳健的参数估计性能, 并且由于聚焦变换及 FrFT 的能量积累效应, 使得算法在较低

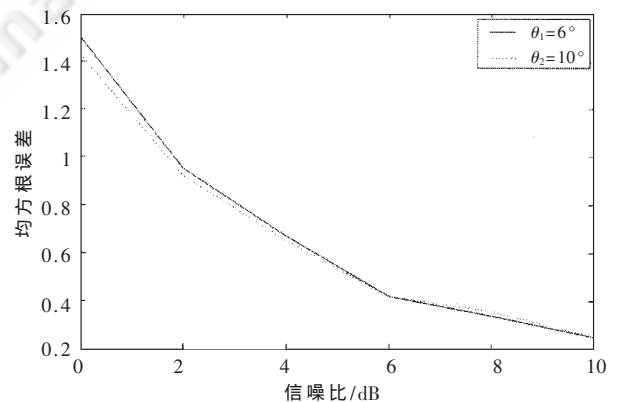


图 5 FrFT-自聚焦方法估计方差

信噪比下(如 $SNR=5$ dB)仍具有较高的参数估计精度。

FrFT-自聚焦这一新方法利用 FrFT 对 WLFM 信号的选择能力和抗干扰能力, 实现了 WLFM 信号到达角高分辨率估计, 仿真试验验证了新算法的有效性。

参考文献

[1] 黄克骥, 田达, 陈天麒. 宽带 LFM 信号瞬时频率和二维到

- 达角联合估计[J]. 电子学报, 2004,32(6):990-993.
- [2] 李立萍,黄克骥,陈天麒. 基于 STFT 的相干宽带调频信号 2-D 到达角估计[J]. 电子与信息学报,2005,27(11):1761-1764.
- [3] 汤建龙,杨绍全. 一种新的宽带 Chirp 信号到达角估计[J]. 信号处理, 2006,22(2):149-152.
- [4] SU G, MORF M. The signal subspace approach for multiple wide-band emitter location [J]. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1983,31(6):1502-1522.
- [5] WANG H, KAVEH M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources[J]. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985,33(4):823-831.
- [6] SELLONE F. Robust auto-focusing wideband DOA estimation [J]. Signal Processing, 2006,86(1):17-37.
- [7] SHAMSUNDER S, GIANNAKIS G B. Signal selective localization of nonGaussian cyclostationary sources[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1994,42(10):2860-2864.
- [8] SU G, MORF M. Signal subspace approach for multiple wideband emitter location[J]. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1983,31(6):1502-1522.
- (收稿日期:2009-03-15)

电子技术应用
APPLICATION OF ELECTRONIC TECHNIQUE
www.chinaaet.com