

STBC 系统在不同分布 Nakagami 信道下的一种快速性能评估算法*

赵宏志, 辛培哲, 唐友喜, 李少谦

(电子科技大学 通信抗干扰技术国家级重点实验室, 四川 成都 610054)

摘要: 针对非同分布的 Nakagami 信道, 基于矩生成函数 MGF(Moment Generation Function)的分析方法, 提出正交空时分组码系统 STBC(Space-Time Block Coding)的一种快速性能评估算法, 不需要涉及超几何函数积分运算, 可在中高信噪比时, 快速准确地估计 STBC 系统的符号错误概率性能。在平坦瑞利衰落信道下的计算机仿真表明, 该算法与已有的 STBC 系统的近似估计算法相比, 具有较优的性能。

关键词: 正交空时分组码; MIMO; MGF; 误符号率

中图分类号: TN911

文献标识码: A

A rapid evaluation algorithm for orthogonal space-time block coding systems in non-identical Nakagami channels

ZHAO Hong Zhi, XIN Pei Zhe, TANG You Xi, LI Shao Qian

(National key Lab of Communication, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: Based on MGF (Moment Generation Function) method, we present a rapid evaluation algorithm for orthogonal STBC (Space-Time Block Coding) systems in non-identical distributed Nakagami channels. The method we proposed is not involved with hypergeometric function, which can be used to evaluate the symbol error rate (SER) of STBC systems in high SNR (Signal-to-Noise Ratio). The simulation results show that the SER performance of our method is better than that of existing method.

Key words: orthogonal STBC system; MIMO; MGF; SER

近年来, 在无线通信领域, 使用多个收发天线的 MIMO 系统, 由于其可以同时提供分集和复用增益, 因此受到了广泛的关注。在参考文献[1]中, Alamouti 提出了一种在双发天线下的简单的空时分组码, 在参考文献[2]中又推广到了任意的发射天线数目。由于空时分组码的正交结构, 在接收端可以采用逐符号的解码方法实现最大似然的性能, 具有 n_t 个发射天线和 n_r 个接收天线的空时分组码系统可以实现 $n_t n_r$ 的全分集增益^[3]。

众多研究人员对正交空时分组码在 MIMO 信道下的性能研究主要集中在以下方面。误对率 PEP(Pairwise Error Probability), 具体内容包括 PEP 的上界、PEP 的下界、准确的 PEP 表达式和近似的 PEP 表达式^[4-9]; 对于正交空时分组码的比特错误概率 BER(Bit Error Rate)和符号错误概率 SER(Symbol Error Rate)性能, 参考文献[10-13] 给出了正交空时分组在 M-PSK (M-ray Phase Shift

Keying) 调制方式下的符号错误概率性能, 参考文献[14] 给出了在 M-QAM (M-ray Quadrature Amplitude Modulation) 和 M-PSK 调制方式下准确的 SER 表达式, 但其中涉及了很难进一步分析和展开的超几何函数(Hypergeometric Function); 参考文献[15]给出了一个关于 SER 的统一的数学表达式, 并且为了快速评估正交 STBC 在高信噪比时的 SER 性能, 作者还给出了一个近似的 SER 表达式, 但是参考文献[15]中的近似性能分析仅局限于瑞利衰落信道。并且, 在参考文献[10-15]涉及到的 MIMO 信道均为同分布的 MIMO 信道, 即 MIMO 信道的各个分支均有相同的衰落参数分布, 对于非同分布的情况则研究较少。

不同于参考文献[10-15], 本文提出正交 STBC 系统在 M-QAM 和 M-PSK 调制方式下一种渐近的 SER 分析方法, 这种分析方法不仅适用于同分布的 Nakagami MIMO 信道, 而且适用于非同分布的 Nakagami MIMO 信道。首先分析 STBC 解码后瞬时 SNR 的 MGF 函数, 然后使

* 基金项目: 国家自然科学基金(No. 60272009, No. 60472045, No. 60496313) 资助课题; 教育部博士点基金(No. 20020614001)资助课题。

用基于 MGF 函数的方法推导出正交 STBC 系统的 SER 性能, 本文使用 SER 作为评估 STBC 系统性能的指标, BER 的性能可以用类似的方法得到。与参考文献[15]的结果相比, 本文采用的分析方法均有更加广泛的应用场景, 适用于一般化的 Nakagami MIMO 信道, 不再局限于同分布的 Nakagami 信道, 非同分布的 Nakagami 信道同样适用, 而且分析结果比参考文献[15]更加准确, 仿真结果可以证明这一点。由于 STBC 在相同的天线配置下, 与空时复用系统相比, 在高信噪比时误码率较低, 若使用蒙特卡洛仿真进行运算的话, 需要耗费大量的仿真时间, 因此采用本文提供的渐近分析方法可以直接迅速地得到 SER 结果, 节省仿真时间。

1 系统模型

首先考虑一个 n_t 发 n_r 收的 MIMO 无线通信系统, 假设信道是平坦衰落信道, 接收机已知信道衰落信息, 但是发射机未知信道衰落信息。在 L 个时隙以内, 信道的状态保持不变, 在下一段 L 个时隙, 信道状态可以发生变化。在 L 个时隙内共有 K 个符号发射出去。因此, 一个正交 STBC 系统一般化的信号传输矩阵为:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{21} & \cdots & g_{n_t 1} \\ g_{12} & g_{22} & \cdots & g_{n_t 2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{1L} & g_{2L} & \cdots & g_{n_t L} \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中, $g_{i,j}$ 表示若干发射的符号与其共轭的线性合并, 在第 i 个发射天线的第 j 个时隙被发射出去, $i=1, \dots, n_t, j=1, \dots, L$ 。由于有 K 个符号在 L 个时隙内发射出去, 故 STBC 的码率 $R=K/L$ 。

如上述的正交 STBC 的系统模型为:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{G}^T + \boldsymbol{\eta} \quad (2)$$

其中, \mathbf{r} 为 $n_r \times L$ 的接收信号矩阵, 代表在 L 个时隙内 n_r 个接收天线处所接收到的信号。 \mathbf{G} 是一个 $n_t \times L$ 的传输矩阵, $\boldsymbol{\eta}$ 是 $n_r \times L$ 的高斯噪声矩阵, 其中的子项建模为独立同分布的复高斯随机变量, 均值为 0, 方差为 $N_0/2$ 。MIMO

信道衰落矩阵 $\mathbf{H} = \left\{ h_{j,k} = \alpha_{j,k} e^{j\phi_{j,k}} \right\}_{j,k=1}^{n_t, n_r}$, 其中, $j^2 = -1, h_{j,k}$ 表示从第 k 个发射天线到第 j 个接收天线的信道衰落系数, 其包络 $\alpha_{j,k}$ 服从 Nakagami- m 分布, 其概率密度函数为:

$$p_{\alpha_{j,k}}(\alpha) = \frac{2}{\Gamma(m_{j,k})} \left(\frac{m_{j,k}}{\sigma_{j,k}^2} \right)^{m_{j,k}} \alpha^{2m_{j,k}-1} \exp\left(-\frac{m_{j,k}\alpha^2}{\sigma_{j,k}^2}\right), \alpha \geq 0 \quad (3)$$

其中, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, $m_{j,k} (\geq 0.5)$ 为 Nakagami 信道的衰落参数, $\sigma_{j,k}^2$ 为 Nakagami 信道的功率参数, $\sigma_{j,k}^2 = E[\alpha_{j,k}^2]$, $E[\cdot]$ 表示数学期望, $\phi_{j,k}$ 表示信道衰落 $h_{j,k}$ 的相位, 在 $[0, 2\pi]$ 之间均匀分布。

由于系统的正交特性, STBC 可以有效地将 MIMO 衰落信道转换成以下并行的 SISO 信道^[3]:

$$y = \sqrt{\frac{\|\mathbf{H}\|_F^2}{n_t R}} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{x} = (x_1 x_2 \cdots x_k)^T, \mathbf{n} \sim N_K(0, n_0 \cdot I_K), \|\cdot\|_F^2$ 表示矩阵的 Frobenius 范数。

注意在实际传输过程中使用式(2)进行传输。根据(4)式, 可以得到 STBC 解码后瞬时的 SNR 为:

$$\gamma = \frac{\|\mathbf{H}\|_F^2}{n_t R} \cdot \frac{E_s}{N_0} \quad (5)$$

基于(5)式, 接下来将分析正交 STBC 在非同分布 Nakagami 信道下的渐近性能。在 M-QAM 和 M-PSK 调制方式下, 系统的 SER 将以 E_s/N_0 的函数形式给出简洁表达式。

2 MGF 函数分析

由于 $\alpha_{j,k}$ 为 Nakagami- m 分布的随机变量, 其分布参数为 $m_{j,k}$, 故 $\alpha_{j,k}^2$ 服从 Gamma 分布, 即 $\alpha_{j,k}^2 \sim \gamma(\sigma_{j,k}^2/m_{j,k}, m_{j,k})$, 其 MGF 为^[16]:

$$M_{\alpha_{j,k}^2}(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\sigma_{j,k}^2}{m_{j,k}} \cdot s\right)^{m_{j,k}}} \quad (6)$$

根据独立随机变量和的 MGF 函数等于各自 MGF 函数的乘积, 可得:

$$M_{\|\mathbf{H}\|_F^2}(s) = \prod_{j=1}^{n_t} \prod_{k=1}^{n_r} M_{\alpha_{j,k}^2}(s) \quad (7)$$

从(5)式得到 γ 的 MGF 函数:

$$M_\gamma(s) = \prod_{j=1}^{n_t} \prod_{k=1}^{n_r} M_{\alpha_{j,k}^2}(\mu s) \quad (8)$$

其中, $\mu = \frac{1}{n_t R} \cdot \frac{E_s}{N_0} = \frac{\log_2 M}{n_t R} \cdot \frac{E_b}{N_0}$ 。

当 s 值较大时, (6)式可以简化为:

$$M_{\alpha_{j,k}^2}(s) = \left(\frac{\sigma_{j,k}^2}{m_{j,k}} \cdot s \right)^{-m_{j,k}} \quad (9)$$

因此, (8)式可以被改写为:

$$M_\gamma(s) = \prod_{j=1}^{n_t} \prod_{k=1}^{n_r} \left(\frac{\sigma_{j,k}^2}{m_{j,k}} \cdot \mu s \right)^{-m_{j,k}} = a \cdot (\mu s)^{-b} \quad (10)$$

定义 $a = \prod_{j=1}^{n_t} \prod_{k=1}^{n_r} \left(\frac{\sigma_{j,k}^2}{m_{j,k}} \right)^{-m_{j,k}}$, $b = \sum_{j=1}^{n_t} \sum_{k=1}^{n_r} m_{j,k}$ 。在独立同分布的情况下, $m_{j,k} = m, \sigma_{j,k}^2 = \sigma^2, j=1, \dots, n_t; k=1, \dots, n_r$, (10)式可以进一步简化为:

$$M_\gamma(s) = \left(\frac{\sigma^2}{m} \right)^{-mn_t n_r} \cdot \frac{1}{(\mu s)^{n_t n_r m}} \quad (11)$$

3 渐近性能分析

在本节给出正交 STBC 在 Nakamai 衰落信道下的渐近性能分析, 在高信噪比下, 给出正交 STBC 在 Nakagami

信道下渐近的 SER 表达式,可以避免参考文献[14]中超几何函数的积分和冗长的仿真时间。

3.1 M-QAM 的渐近 SER 性能分析

M-QAM 在 AWGN 信道下的符号错误概率^[16]为:

$$P_{AWGN}^{QAM}(E) = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \right) \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{E_s}{N_0} \frac{3}{2(M-1)(\sin\theta)^2}\right) d\theta - \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \right)^2 \int_0^{\pi/4} \exp\left(-\frac{E_s}{N_0} \frac{3}{2(M-1)(\sin\theta)^2}\right) d\theta \quad (12)$$

M-QAM 在衰落信道下的平均符号概率为:

$$P_{fading}^{QAM}(E) = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \right) \int_0^{\pi/2} M_\gamma \left(\frac{3}{2(M-1)(\sin\theta)^2} \right) d\theta - \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \right)^2 \int_0^{\pi/4} M_\gamma \left(\frac{3}{2(M-1)(\sin\theta)^2} \right) d\theta \quad (13)$$

将(10)式代入(13)式,得到正交 STBC 在 M-QAM 调制方式下的渐近的 SER:

$$P_s^{QAM}(E) = A \cdot \left[I\left(b, \frac{\pi}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \right) I\left(b, \frac{\pi}{4}\right) \right] \cdot \left(\frac{E_s}{N_0} \right)^{-b} \quad (14)$$

其中,

$$A = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \right) \cdot a \cdot \left(\frac{3}{2(M-1)n_r R} \right)^{-b} \quad (15)$$

$$I(b; \theta) = \int_0^\theta \sin^{2b} x dx \quad (16)$$

(16)式的积分结果由参考文献[17]给出:

$$\int (\sin x)^{2n} dx = \frac{(-1)^n}{2^{2n-1}} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{2n}{k} \frac{\sin(2n-2k)x}{2n-2k} + \frac{1}{2^{2n}} \binom{2n}{n} x \quad (17)$$

$$\int (\sin x)^{2n+1} dx = \frac{(-1)^{n+1}}{2^{2n}} \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{2n+1}{k} \frac{\cos(2n-2k+1)x}{2n-2k+1} \quad (18)$$

3.2 M-PSK 的渐近 SER 性能分析

M-PSK 在 AWGN 信道下的符号错误概率^[16]为:

$$P_{AWGN}^{PSK}(E) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\frac{E_s}{N_0} \frac{\sin^2(\pi/M)}{\sin^2\theta}\right) d\theta \quad (19)$$

M-PSK 在衰落信道下的符号错误概率^[16]为:

$$P_{fading}^{PSK}(E) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} M_\gamma \left(\frac{\sin^2(\pi/M)}{\sin^2\theta} \right) d\theta \quad (20)$$

将(10)式代入(20)式,得到正交 STBC 在 M-PSK 调制方式下的渐近的 SER:

$$P_s^{PSK}(E) = \frac{1}{\pi} \cdot a \cdot \left(\frac{\sin^2(\pi/M)}{n_r R} \right)^{-b} I\left(b, \frac{M-1}{M} \cdot \pi\right) \cdot \left(\frac{E_s}{N_0} \right)^{-b} \quad (21)$$

从(14)式和(21)式很容易得到系统的分集增益 b , 注意(14)式和(21)式不仅适用于同分布的情况,例如点到点的 STBC 通信系统,而且适用于非同分布的情况,例如分布式的 STBC 系统。

作为一种特例,在独立同分布的瑞利衰落信道下, $m=1, \sigma^2=1$, (14)式和(21)式可以进一步简化为:

$$P_s^{QAM}(E) = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \right) \left(\frac{3}{2(M-1)n_r R} \right)^{-n_r} \times \left[I\left(n_r, \frac{\pi}{2}\right) - \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} \right) I\left(n_r, \frac{\pi}{4}\right) \right] \cdot \left(\frac{E_s}{N_0} \right)^{-n_r} \quad (22)$$

$$P_s^{PSK}(E) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin^2(\pi/M)}{n_r R} \right)^{-n_r} I\left(n_r, \frac{M-1}{M} \cdot \pi\right) \cdot \left(\frac{E_s}{N_0} \right)^{-n_r} \quad (23)$$

4 仿真结果分析

本节提供了计算机仿真结果与分析结果进行对比,以验证本文的理论分析。为便于比较,下面给出 C. Xu 的近似 SER 结果^[15]:

$$P_s(E) = \bar{N}_e \left(\frac{1}{2\bar{\gamma}} \right)^N \binom{2N-1}{N} \bar{\gamma} \gg 1 \quad (24)$$

其中, $\bar{\gamma} = d_{\min}^2 \gamma$, \bar{N}_e 表示星座图上距星座点最近的相邻点的平均个数, d_{\min} 表示星座图上星座点的最近距离, $N = n_r n_t$ 。

在本节仿真中,采用全速率的 G_2 , 即 Alamouti 码,和半速率的 G_4 码^[2]。

图 1 给出了本文提出的渐近性能分析算法和 C. Xu 提出的算法的 SER 比较曲线,由于 C. Xu 的算法适用于独立同分布的瑞利信道,为公平起见,本文的仿真信道也采用独立同分布的瑞利衰落信道。调制方式采用 QPSK。图 1 中,圆圈表示准确的仿真结果,直线代表本文提出的算法,虚线代表 Xu 的算法,两种算法在中高信噪比下与仿真结果都大致吻合,但是若将其中一小块区域进行放大处理,如图 1 中的子图所示,容易发现,本文算法的 SER 曲线更加接近实际的仿真结果,在 SER 为 10^{-6} 时, Xu 的算法与本文提出的算法有 0.1 dB 的差距。尽管差距比较小,但是说明本算法可以比 Xu 的算法以更快的速度接近真实结果。因为两者都是渐近的分析结果,当 SNR 趋于无穷大时,渐近的分析结果会和实际的仿真结果相一致。

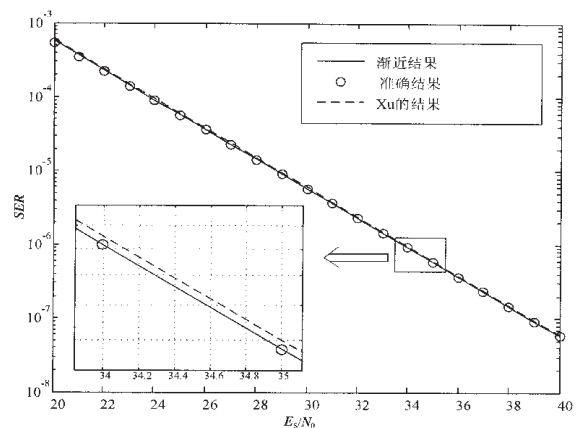


图 1 在独立同分布瑞利信道下两种算法的渐近 SER 性能比较

图 2 显示了在独立同分布的 Nakagami 衰落信道下, Nakagami 衰落参数 m 对系统 SER 性能的影响。空时分

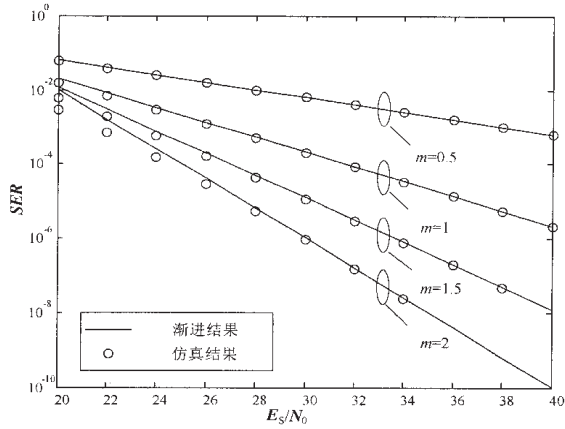


图2 在独立同分布 Nakagami 信道下 m 衰落参数对 SER 性能的影响

组码采用半速率的 G_4 码,发射天线数目为 4,接收天线数目为 2,调制方式为 16-QAM。考虑 4 种情况, m 衰落参数分别为 0.5、1、1.5、2。圆圈表示仿真结果,实线表示渐近的分析结果,4 种情况下的渐近分析结果曲线均与仿真结果在高信噪比时相吻合,甚至当 m 较小时,如 $m=0.5$,渐近的分析结果与仿真结果在中信噪比时也比较吻合。图 2 中的仿真结果证明了上述的理论分析,在中高信噪比时,渐近的分析结果确实可以代替准确的分析结果对系统性能做出评估,而且不需要涉及到复杂的超几何函数的积分运算。

图 3 显示了在非同分布 Nakagami 信道下功率参数 $\sigma_{j,k}^2$ 的分布对 SER 性能的影响。本文采用 2 发 1 收的 G_2 编码, $m_{1,1}=m_{1,2}=1$, $\sigma_{1,1}^2+\sigma_{1,2}^2=2$, QPSK 的调制方式。在同分布的情况下,一般设定 $\sigma_{1,1}^2=\sigma_{1,2}^2=1$,现在考虑非同分布的情况, Nakagami 信道的功率参数 $\sigma_{j,k}^2$ 按照以下准则选择 $\sigma_{1,1}^2:\sigma_{1,2}^2=3:1$ 。图 3 中上方曲线表示非同分布的情况,下方的曲线表示同分布的情况。很明显,均匀同分布的功率分布获得了较好的性能,功率分配的不均匀性会恶化 STBC 系统的性能。需要注意的是, Xu 的方法仅

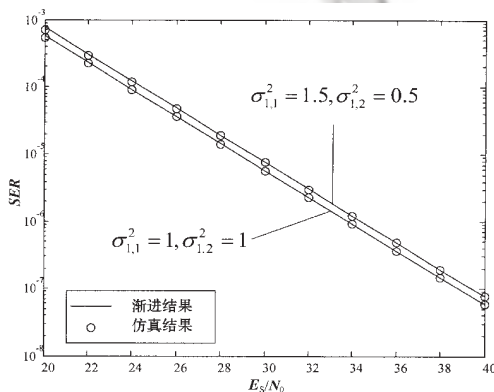


图3 非同分布 Nakagami 信道的功率参数分布对 SER 性能的影响

适用于瑞利信道,并不能适用于 Nakagami 信道。

本文分析了在 M -QAM 和 M -PSK 调制方式下,正交 STBC 系统在不同分布 Nakagami 信道下的渐近的符号错误概率性能。首先给出了在不同分布的 Nakagami 信道下准确和渐近的矩生成函数,需要指出的是,准确的符号错误概率表达式需要涉及到超几何函数的积分,但是本文根据渐近的矩生成函数得到的渐近 SER 性能并不需要涉及超几何函数。本文给出的渐近的 SER 的近似表达式在高信噪比时,与实际仿真结果十分吻合,当 m 取值较小时,在中信噪比与仿真结果也比较吻合。基于蒙特卡罗方法的计算机仿真结果证明了本文的分析结果。最为重要的是,本文提供的渐近分析方法可以适用于非同分布 Nakagami MIMO 信道,最终得到渐近 SER 表达式的结果可以用来快速评估正交 STBC 方案在 Nakagami MIMO 信道下的性能,避免了复杂的超几何函数的积分运算和高信噪比时漫长的计算机仿真时间,而且可以直观地得到系统的分集增益和编码增益。

参考文献

- [1] ALAMOUTI S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1999, 16(8): 1451-1458.
- [2] TAROKH V, JAFARKHANI H, CALDERBANK A R. Space-time block codes from orthogonal designs. *IEEE Transaction on Information Theory*, 1999, 45(5): 1456-1467.
- [3] GONG Y, LETAIEF K B. Concatenated space-time block coding with trellis coded modulation in fading channels. *IEEE Transaction on Wireless Communications*, 2002, 1(4): 580-590.
- [4] ZUMMO S A, AL-SEMARI S A. A tight bound on the error probability of space-time codes for rapid fading channels. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, 2000, 3: 1086-1089.
- [5] BYUN M K, LEE B G. New bounds of pairwise error probability for space-time codes in Rayleigh fading channels. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, 2002, 1: 89-93.
- [6] DOGANDZ A, BREVE, ACUTE. Chernoff bounds on pairwise error probabilities of space-time codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2003, 49: 1327-1336.
- [7] TARICCO G, BIGLIERI E. Exact pairwise error probability of space-time codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2002, 48: 510-513.
- [8] UYSAL M, GEORGHIADES C N. On the error performance analysis of space-time trellis codes: An analytical framework. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, 1: 99-104.
- [9] LU H F, WANG Y, KUMAR P V, et al. On pairwise error probability of space-time codes. *IEEE Int. Symp. Information Theory Lausanne*, 2002: 330-335.
- [10] GANESAN G, STOICA P. Space-time block codes: A maximum SNR approach. *IEEE Trans. Inform. Theory*,

2001,47:1650-1656.

- [11] SANDHU S, PAULRAJ A. Union bound on error probability of linear space-time block codes. IEEE ICASSP, 2001: 2473-2476.
- [12] GAO C, HAIMOVICH A M, LAO D. Bit-error probability for space-time block code with coherent and differential detection. IEEE Vehicular Technology Conf., 2002,1:410-414.
- [13] BAUCH G, HAGENAUER J. Analytical evaluation of space-time transmit diversity with FEC coding. IEEE GLOBECOM, 1:435-439.
- [14] SHIN H, LEE J H. Exact symbol-error probability of orthogonal space-time block codes. IEEE GLOBECOM, 2002,2:1197-1201.
- [15] XU C, KWAK K S. On decoding algorithm and performance of space-time block codes. IEEE Trans. Wireless Commun. 2005,4(3):825-829.
- [16] SIMON M K, ALOUINI M S. Digital communication over fading channels: A unified approach to performance analysis. New York; Wiley, 2000.
- [17] GRADSHEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, Series, and Products. 6th ed., San Diego: Academic Press, 2000. (收稿日期:2008-08-30)

电子技术应用
APPLICATION OF ELECTRONIC TECHNIQUE
www.chinaaet.com