

中频采样中希尔伯特变换器的 FPGA 实现

南京大学电子科学与工程系(210093) 姚琮 张兴敢 肖文书

摘要: 介绍了在利用 Hilbert 变换产生同一时刻 I/Q 值的中频正交采样中, 希尔伯特变换器的 FPGA 实现方法。利用线性变换以加法器取代乘法器, 再利用加数规律不断简化不等长加法器, 最终使用 FPGA 构建若干加法器来实现 Hilbert 变换。该方案硬件简洁、结构清晰, 可满足高速要求。

关键词: 希尔伯特变换器 线性变换 FPGA

在相参雷达、声纳中, 通常需要从带限信号中提取同相分量和正交分量。传统的模拟正交采样由于 I/Q 两支路的幅相误差较大, 现在已经被中频直接采样方案所取代。在各种中频采样方案中, Rice 和 Wu^[1] 提出了利用 Hilbert 变换产生同一时刻 I/Q 值的方法。为了减小希尔伯特变换的误差和简化频移电路, 采样频率 f_s 、载频 f_0 和信号带宽 B 需要满足如下公式:

$$\begin{cases} f_0 = \frac{2M-1}{4} f_s \\ f_s \geq 2B \end{cases} \quad (1)$$

此后, Mitchel^[2] 又提出了采用具有线性相位特性的 FIR 滤波器来实现 Hilbert 变换, 以消除相位失真。其原

理框图如图 1 所示。

Mitchel 同时给出了最佳 FIR 希尔伯特滤波器各阶系数和性能, 如表 1 所示。

表 1 最佳 FIR 希尔伯特滤波器各阶系数和性能

| N | 镜频/dB | 滤波器系数 | | | | | |
|---|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 2 | -39 | 0.5901 | 0.1012 | | | | |
| 3 | -56 | 0.60323 | 0.12774 | 0.02610 | | | |
| 4 | -72 | 0.610741 | 0.144644 | 0.041140 | 0.007475 | | |
| 5 | -88 | 0.615527 | 0.155905 | 0.052396 | 0.014225 | 0.002244 | |
| 6 | -105 | 0.6188394 | 0.1639671 | 0.0611901 | 0.0203206 | 0.0050276 | 0.0006941 |

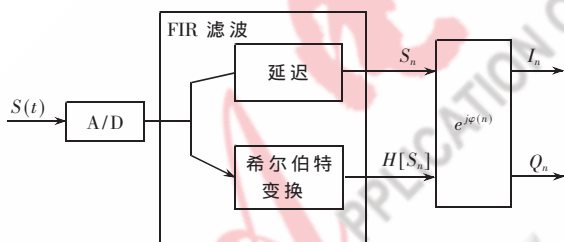


图 1 中频直接采样框图

根据参考文献[3], 当 $N=4$ 时, 镜频已经小于 -70dB , 幅度误差不大于 0.005dB , 相位误差不大于 0.03° 。此时, 希尔伯特变换器已经有了良好的幅相一致性, 具备了实用效果。图 2 是希尔伯特 4 阶滤波器的实用原理框图, 本文即以此图为讨论基础研究如何简化算法, 并应用单片 FPGA 实现希尔伯特变换器。

1 线性变换分析

图 2 中 4 阶 FIR 滤波器的系数为常数, 乘法器用 EPROM 乘法表代替。下面利用线性变换研究 4 个系数的规律, 可以用加法器来实现乘法表, 现分析如下:

(1) 系数

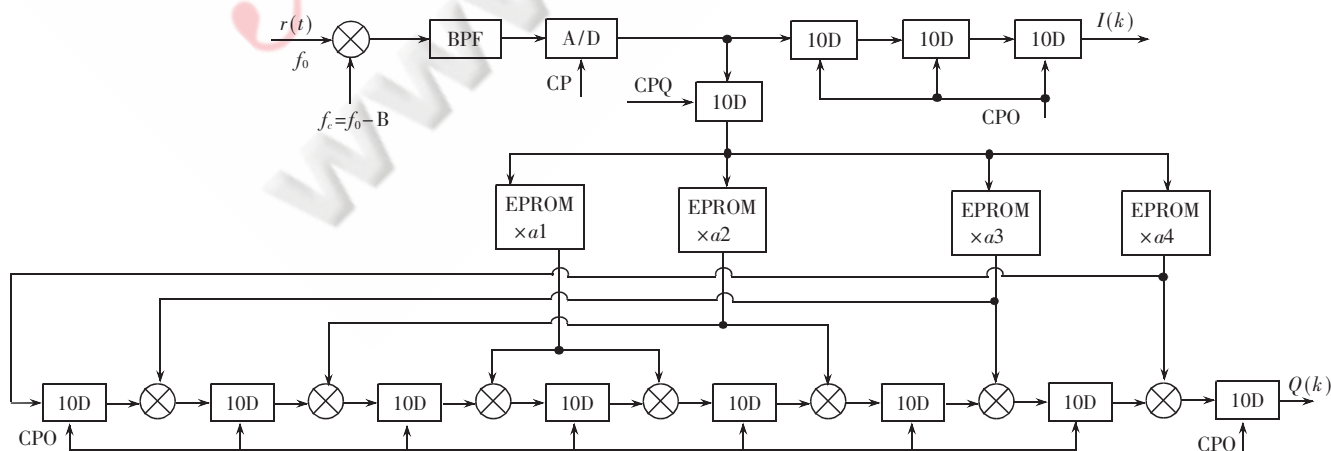


图 2 中频直接采样原理框图

$a_1=0.610741, a_2=0.144644, a_3=0.041140, a_4=0.007475$ 。

设 d 为 12 位补码二进制整数, 则 $a_1 \times d, a_2 \times d, a_3 \times d, a_4 \times d$ 的最终计算结果均保留 12 位整数。

(2) 系数转换

将 a_1, a_2, a_3, a_4 都乘以 $2^{12}(4096)$ 转换成定点数, 分别以 A_1, A_2, A_3, A_4 表示结果, 保留符号位和小数点后一位, 共 14 位。即:

$$A_1=0\ 1001\ 1100\ 0101.1$$

$$A_2=0\ 0010\ 0101\ 0000.1$$

$$A_3=0\ 0000\ 1010\ 1000.1$$

$$A_4=0\ 0000\ 0001\ 1110.1$$

(3) 系数规律

观察发现, A_1 由 1001、11、101 构成, A_2 由 1、101 构成, A_3 由 1、101 构成, A_4 由 11 构成, 于是定义:

$$m=d \times 11, \text{13 位加 1 个进位共 14 位。}$$

$$n=d \times 101, \text{14 位加 1 个进位共 15 位。}$$

$$p=d \times 1001, \text{15 位加 1 个进位共 16 位。}$$

(4) 计算

$$\begin{aligned} a_1 \times d &= d \times A_1 \times 2^{-12} \\ &= d \times (1001 \times 2^8 + 11 \times 2^6 + 101 + 1 \times 2^{-1}) \times 2^{-8} \times 2^{-4} \\ &= d \times (1001 + 11 \times 2^{-2} + 101 \times 2^{-8} + 1 \times 2^{-9}) \times 2^{-4} \\ &= (d \times 1001 + d \times 11 \times 2^{-2} + d \times 101 \times 2^{-8} + d \times 2^{-9}) \times 2^{-4} \\ &= (p + m \times 2^{-2} + n \times 2^{-8} + d \times 2^{-9}) \times 2^{-4} \end{aligned} \quad (2)$$

式中, p 是 16 位, m 符号扩展 4 位, n 符号扩展 9 位, d 符号扩展 13 位, 结果 16 位, 保留高 12 位即乘以 2^{-4} 。

$$\begin{aligned} a_2 \times d &= d \times A_2 \times 2^{-12} \\ &= d \times (1 \times 2^9 + 101 \times 2^4 + 1 \times 2^{-1}) \times 2^{-9} \times 2^{-3} \\ &= d \times (1 + 101 \times 2^{-5} + 1 \times 2^{-10}) \times 2^{-3} \\ &= (d \times 1 + d \times 101 \times 2^{-5} + d \times 2^{-10}) \times 2^{-3} \\ &= (d + n \times 2^{-5} + d \times 2^{-10}) \times 2^{-3} \end{aligned} \quad (3)$$

式中, 第一个 d 符号扩展 1 位, n 符号扩展 3 位, 第二个 d 符号扩展 11 位, 结果 13 位, 保留高 10 位即乘以 2^{-3} 。

$$\begin{aligned} a_3 \times d &= d \times A_3 \times 2^{-12} \\ &= d \times (1 \times 2^7 + 101 \times 2^3 + 1 \times 2^{-1}) \times 2^{-7} \times 2^{-5} \\ &= d \times (1 + 101 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-8}) \times 2^{-5} \\ &= (d + d \times 101 \times 2^{-4} + d \times 2^{-8}) \times 2^{-5} \\ &= (d + n \times 2^{-4} + d \times 2^{-8}) \times 2^{-5} \end{aligned} \quad (4)$$

式中, 第一个 d 符号扩展 1 位, n 符号扩展 2 位, 第二个 d 符号扩展 9 位, 结果 13 位, 保留高 8 位即乘以 2^{-5} 。

$$\begin{aligned} a_4 \times d &= d \times A_4 \times 2^{-12} \\ &= d \times (11 \times 2^3 + 11 \times 2 + 1 \times 2^{-1}) \times 2^{-3} \times 2^{-9} \\ &= d \times (11 + 11 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-4}) \times 2^{-9} \\ &= (d \times 11 + d \times 11 \times 2^{-2} + d \times 2^{-4}) \times 2^{-9} \\ &= (m + m \times 2^{-2} + d \times 2^{-4}) \times 2^{-9} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, 第一个 m 是 14 位, 第二个 m 符号扩展 2 位, d 符号扩展 6 位, 结果 14 位, 保留高 5 位即乘以 2^{-9} 。

(5) 简化

对 p, m, n 做适当的简化, 忽略其若干低位, 各式中较小的 d 只保留符号位, 详见下表:

| | | | | |
|-------|-------------|-------------|------------|-----------|
| a_1 | p 保留 14 位 | m 保留 10 位 | n 保留 5 位 | d 保留符号位 |
| a_2 | 无 | 无 | n 保留 9 位 | d 保留符号位 |
| a_3 | 无 | 无 | n 保留 8 位 | d 保留符号位 |
| a_4 | 无 | m 保留 7 位 | 无 | d 保留符号位 |

如果做如下定义:

$$P=p \times 2^{-2}, \text{即 14 位。}$$

$$M=m \times 2^{-4}, \text{即 10 位。}$$

$$N=n \times 2^{-6}, \text{即 9 位。}$$

$$C=\text{signal}(d), \text{即 1 位。}$$

则有如下简化运算:

$$\begin{aligned} a_1 \times d &= (p + m \times 2^{-2} + n \times 2^{-8} + d \times 2^{-9}) \times 2^{-4} \\ &= (p \times 2^{-2} + m \times 2^{-4} + n \times 2^{-10} + d \times 2^{-11}) \times 2^{-2} \\ &= (P + M + N \times 2^{-4} + C) \times 2^{-2} \end{aligned} \quad (6)$$

式中, P 是 14 位, M 符号扩展 4 位, N 符号扩展 9 位, C 符号扩展 13 位, 结果 14 位, 保留高 12 位即乘以 2^{-2} 。

$$\begin{aligned} a_2 \times d &= (d + n \times 2^{-5} + d \times 2^{-10}) \times 2^{-3} \\ &= (d \times 2^{-1} + n \times 2^{-6} + d \times 2^{-11}) \times 2^{-2} \\ &= (d \times 2^{-1} + N + C) \times 2^{-2} \end{aligned} \quad (7)$$

式中, d 符号扩展 1 位, N 符号扩展 3 位, C 符号扩展 11 位, 结果 12 位, 保留高 10 位即乘以 2^{-2} 。

$$\begin{aligned} a_3 \times d &= (d + n \times 2^{-4} + d \times 2^{-8}) \times 2^{-5} \\ &= (d \times 2^{-3} + n \times 2^{-7} + d \times 2^{-11}) \times 2^{-2} \\ &= (d \times 2^{-3} + N \times 2^{-1} + C) \times 2^{-2} \end{aligned} \quad (8)$$

式中, d 符号扩展 1 位, N 符号扩展 2 位, C 符号扩展 9 位, 结果 10 位, 保留高 8 位即乘以 2^{-2} 。

$$\begin{aligned} a_4 \times d &= (m + m \times 2^{-2} + d \times 2^{-4}) \times 2^{-9} \\ &= (m \times 2^{-7} + m \times 2^{-9} + C) \times 2^{-2} \\ &= (M \times 2^{-3} + M \times 2^{-5} + C) \times 2^{-2} \end{aligned} \quad (9)$$

式中, 第二个 M 符号扩展 2 位, C 符号扩展 6 位, 结果 7 位, 保留高 5 位即乘以 2^{-2} 。

2 线性变换电路设计

(1) 加法器 1 计算 M , 10 位加法器如下表:

| | | | | | | | | | | |
|----|-------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 输出 | M_9 | M_8 | M_7 | M_6 | M_5 | M_4 | M_3 | M_2 | M_1 | M_0 |
| 输入 | 进位 | d_{11} | d_{10} | d_9 | d_8 | d_7 | d_6 | d_5 | d_4 | d_3 |
| 输入 | 进位 | d_{11} | d_{11} | d_{10} | d_9 | d_8 | d_7 | d_6 | d_5 | d_4 |

(2) 加法器 2 计算 N , 9 位加法器如下表:

| | | | | | | | | | |
|----|-------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|
| 输出 | N_8 | N_7 | N_6 | N_5 | N_4 | N_3 | N_2 | N_1 | N_0 |
| 输入 | 进位 | d_{11} | d_{10} | d_9 | d_8 | d_7 | d_6 | d_5 | d_4 |
| 输入 | 进位 | d_{11} | d_{11} | d_{11} | d_{10} | d_9 | d_8 | d_7 | d_6 |

(3) 加法器 3 计算 P , 14 位加法器如下表:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 输出 | P13 | P12 | P11 | P10 | P9 | P8 | P7 | P6 | P5 | P4 | P3 | P2 | P1 | P0 |
| 输入 | 进位 | d11 | d10 | d9 | d8 | d7 | d6 | d5 | d4 | d3 | d2 | d1 | d0 | |
| 输入 | 进位 | d11 | d11 | d11 | d11 | d10 | d9 | d8 | d7 | d6 | d5 | d4 | d3 | d2 |

(4) 加法器 4 计算 $Q=P+M$, 14 位加法器如下表:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 输出 | Q13 | Q12 | Q11 | Q10 | Q9 | Q8 | Q7 | Q6 | Q5 | Q4 | Q3 | Q2 | Q1 | Q0 |
| 输入 | P13 | P12 | P11 | P10 | P9 | P8 | P7 | P6 | P5 | P4 | P3 | P2 | P1 | P0 |
| 输入 | M9 | M9 | M9 | M9 | M9 | M8 | M7 | M6 | M5 | M4 | M3 | M2 | M1 | M0 |

(5) 加法器 5 计算 $U=Q+N \times 2^{-4}$, 12~14 位加法器如下表:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 输出 | U11 | U10 | U9 | U8 | U7 | U6 | U5 | U4 | U3 | U2 | U1 | U0 | | |
| 输入 | Q13 | Q12 | Q11 | Q10 | Q9 | Q8 | Q7 | Q6 | Q5 | Q4 | Q3 | Q2 | Q1 | Q0 |
| 输入 | N8 | N8 | N8 | N8 | N8 | N8 | N8 | N8 | N8 | N8 | N7 | N6 | N5 | N4 |

(6) 加法器 6 计算 $V=d \times 2^{-1} + N$, 10~12 位加法器如下表:

| | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 输出 | V9 | V8 | V7 | V6 | V5 | V4 | V3 | V2 | V1 | V0 | | |
| 输入 | d11 | d11 | d10 | d9 | d8 | d7 | d6 | d5 | d4 | d3 | d2 | d1 |
| 输入 | N8 | N8 | N8 | N8 | N7 | N6 | N5 | N4 | N3 | N2 | N1 | N0 |

(7) 加法器 7 计算 $W=d \times 2^{-3} + N \times 2^{-1}$, 8~10 位加法器如下表:

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| 输出 | W7 | W6 | W5 | W4 | W3 | W2 | W1 | W0 | | |
| 输入 | d11 | d11 | d10 | d9 | d8 | d7 | d6 | d5 | d4 | d3 |
| 输入 | N8 | N8 | N8 | N7 | N6 | N5 | N4 | N3 | N2 | N1 |

(8) 加法器 8 计算 $y=M \times 2^{-3} + M \times 2^{-5}$, 5~7 位加法器如下表:

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 输出 | Y4 | Y3 | Y2 | Y1 | Y0 | | |
| 输入 | M9 | M8 | M7 | M6 | M5 | M4 | M3 |
| 输入 | M9 | M9 | M9 | M8 | M7 | M6 | M5 |

3 加法器的进一步简化

3.1 加法器类型一

在上述加法器中普遍存在着这样一类有规律的加法运算,即在加法器的两组输入中,其中一组各位都相同,因此这种加法运算可以大大简化。

设计中使用多位超前进位加法器。定义 S_i 表示和, C_i 表示来自低位的进位, C_{i+1} 表示向高位的进位, A_i 、 B_i 表示加数, 进位生成函数 $G_i=A_i B_i$, 进位传送函数 $P_i=A_i+B_i$, 则:

$$\begin{aligned} S_i &= A_i \oplus B_i \oplus C_i \\ C_{i+1} &= A_i B_i + (A_i + B_i) C_i \\ &= G_i + P_i C_i \\ &= G_i + P_i G_{i-1} + P_i P_{i-1} G_{i-2} + \dots + P_i P_{i-1} \dots P_1 G_0 + P_i P_{i-1} \dots P_0 G_0 \end{aligned}$$

根据上式可以构造超前进位加法器。考虑 B_i 各位都相同, 则对于有一组输入加数各位都相同的超前进位加法器可简化如下:

$$\begin{aligned} S_0 &= A_0 \oplus B \oplus C_0 \\ C_1 &= A_0 C_0 + B(A_0 + C_0) \\ S_1 &= A_1 \oplus B_1 \oplus C_1 \\ &= A_1 \oplus (B \bar{C}_1 + \bar{B} C_1) \\ &= A_1 \oplus (A_0 C_0 \bar{B} + B(\bar{A}_0 + \bar{C}_0)(\bar{B} + \bar{A}_0 \bar{C}_0)) \\ &= A_1 \oplus (A_0 C_0 \bar{B} + \bar{A}_0 \bar{C}_0 B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2 &= A_1 B + (A_1 + B) C_1 \\ &= A_1 B + (A_1 + B)(A_0 C_0 + B A_0 + B C_0) \\ &= A_1 B + A_1 A_0 C_0 + A_1 B A_0 + A_1 B C_0 + B A_0 C_0 + B A_0 + B C_0 \\ &= A_1 A_0 C_0 + B(A_1 + A_0 + C_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= A_2 \oplus B_2 \oplus C_2 \\ &= A_2 \oplus (B \bar{C}_2 + \bar{B} C_2) \\ &= A_2 \oplus (B A_0 A_1 C_0 A_1 B A_0 B B C_0 + A_1 A_0 C_0 \bar{B}) \\ &= A_2 \oplus (B \bar{A}_0 A_1 C_0 \bar{A}_1 \bar{A}_0 \bar{C}_0 + A_1 A_0 C_0 \bar{B}) \\ &= A_2 \oplus (\bar{A}_1 \bar{A}_0 \bar{C}_0 B + A_1 A_0 C_0 \bar{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_3 &= A_2 B + (A_2 + B) C_2 \\ &= A_2 B + (A_2 + B)[A_1 A_0 C_0 + B(A_1 + A_0 + C_0)] \\ &= A_2 B + A_2 A_1 A_0 C_0 + A_2 B A_1 + A_2 B A_0 + A_2 B C_0 + B A_1 A_0 C_0 \\ &\quad + B A_1 + B A_0 + B C_0 \\ &= A_2 B + A_2 A_1 A_0 C_0 + B A_1 + B A_0 + B C_0 \\ &= A_2 A_1 A_0 C_0 + B(A_2 + A_1 + A_0 + C_0) \end{aligned}$$

归纳总结:

$$\begin{cases} C_i = C_0 \prod_{t=0}^{i-1} A_t + B(\sum_{t=0}^{i-1} A_t + C_0) \\ S_i = A_i \oplus (C_0 \bar{B} \prod_{t=0}^{i-1} A_t + \bar{C}_0 B \prod_{t=0}^{i-1} \bar{A}_t) \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

式(10)可以通过数学归纳法证明, 本文从略。

3.2 加法器类型二

在加法器 1 中, 计算 M 的 M_0 到 M_6 时, 相加的两组数是 d_3 到 d_9 与 d_4 到 d_{10} , 这两组数中有多个斜位相同, 据此可以简化运算如下:

$$\begin{aligned} S_0 &= D_1 \oplus D_0 \oplus C_0 \\ C_1 &= D_1 D_0 + (D_1 + D_0) C_0 \\ S_1 &= D_2 \oplus D_1 \oplus C_1 \\ &= D_2 \oplus (D_1 \bar{C}_1 + \bar{D}_1 C_1) \\ &= D_2 \oplus [D_1 \bar{D}_1 D_0 D_1 C_0 D_0 C_0 + \bar{D}_1 D_1 D_0 + \bar{D}_1 (D_1 + D_0) C_0] \\ &= D_2 \oplus (D_1 \bar{D}_0 \bar{C}_0 D_0 C_0 + \bar{D}_1 D_0 C_0) \\ &= D_2 \oplus (D_1 \bar{D}_0 \bar{C}_0 + \bar{D}_1 D_0 C_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2 &= D_2 D_1 + (D_2 + D_1) C_1 \\ &= D_2 D_1 + (D_2 + D_1)[D_1 D_0 + (D_1 + D_0) C_0] \\ &= D_2 D_0 C_0 + D_1 (D_2 + D_0 + C_0) \\ &= D_2 D_1 + D_1 D_0 + (D_1 + D_2 D_0) C_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= D_3 \oplus D_2 \oplus C_2 \\
 &= D_3 \oplus D_2 \oplus [D_2 D_1 + D_1 D_0 + (D_1 + D_2 D_0) C_0] \\
 &= D_3 \oplus [D_2 (\overline{D_1} \overline{D_0} + \overline{D_1} \overline{C_0}) + \overline{D_2} (D_1 D_0 + D_1 C_0)] \\
 &= D_3 \oplus [D_2 \overline{D_1} (\overline{D_0} + \overline{C_0}) + \overline{D_2} D_1 (D_0 + C_0)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_3 &= D_3 D_2 + (D_3 + D_2) C_2 \\
 &= D_3 D_2 + (D_3 + D_2) [D_2 D_1 + D_1 D_0 + (D_1 + D_2 D_0) C_0] \\
 &= D_3 D_2 + D_2 D_1 + D_3 D_1 D_0 + (D_3 D_1 + D_2 D_0) C_0
 \end{aligned}$$

归纳总结:

当 C_n 中的 n 为偶数时, 即 $n=2i, i=1, 2, 3, \dots, m$, 则

$$\begin{aligned}
 C_n &= C_{2i} = \sum_{t=1}^i (D_{2i-1} \prod_{j=t}^i D_{2j} + D_{2i-2} \prod_{j=t}^i D_{2j-1}) + (\prod_{t=0}^{i-1} D_{2t} + \prod_{t=1}^i D_{2t-1}) C_0 \\
 S_n &= S_{2i} = D_{2i+1} \oplus D_{2i} \oplus C_{2i} = D_{2i+1} \oplus (D_{2i} \overline{C_{2i}} + \overline{D_{2i}} C_{2i}) \\
 &= D_{2i+1} \oplus \{ D_{2i} \sum_{t=1}^i [D_{2i-1} \prod_{j=t}^i D_{2j}] \sum_{t=1}^i [D_{2i-2} \prod_{j=t}^i D_{2j-1}] (\prod_{t=0}^{i-1} D_{2t} + \prod_{t=1}^i D_{2t-1}) C_0 \\
 &\quad + \overline{D_{2i}} [\sum_{t=1}^i (D_{2i-2} \prod_{j=t}^i D_{2j-1}) + C_0 \prod_{t=0}^{i-1} D_{2t-1}] \} \quad (11)
 \end{aligned}$$

当 C_n 中的 n 为奇数时, $n=2i-1, i=1, 2, 3, \dots, m$, 则

$$\begin{aligned}
 C_n &= C_{2i-1} = \sum_{t=1}^i (D_{2i-1} \prod_{j=t}^i D_{2j}) + \sum_{t=1}^i (D_{2i-2} \prod_{j=t}^i D_{2j-1}) + (\prod_{t=0}^{i-1} D_{2t} + \prod_{t=1}^i D_{2t-1}) C_0 \\
 S_n &= S_{2i-1} = D_{2i} \oplus D_{2i-1} \oplus C_{2i-1} = D_{2i} \oplus (D_{2i-1} \overline{C_{2i-1}} + \overline{D_{2i-1}} C_{2i-1}) \\
 &= D_{2i} \oplus \{ D_{2i-1} \sum_{t=1}^i [D_{2i-1} \prod_{j=t}^i D_{2j}] \sum_{t=1}^i [D_{2i-2} \prod_{j=t}^i D_{2j-1}] (\prod_{t=0}^{i-1} D_{2t} + \prod_{t=1}^i D_{2t-1}) C_0 \\
 &\quad + \overline{D_{2i-1}} [\sum_{t=1}^i (D_{2i-1} \prod_{j=t}^i D_{2j}) + C_0 \prod_{t=0}^{i-1} D_{2t-1}] \} \quad (12)
 \end{aligned}$$

式(11)和(12)可以通过数学归纳法证明, 本文从略。

n 越大, C_n, S_n 越复杂, 所以可以考虑通过几个同类的超前进位加法器串联来实现设计要求。

4 FPGA 的实现和仿真

根据上述线性变换和一系列运算简化的结果, 可以方便地使用 FPGA 构造若干个加法器来取代图 2 中 EPROM 乘法表, 实现框图如图 3 所示。首先由样本点 d 构造加法

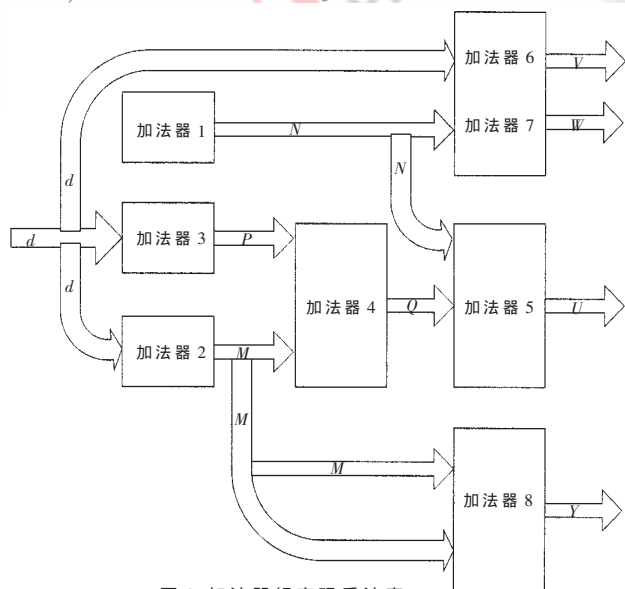


图 3 加法器组实现乘法表

器组 1、2、3 实现 N, M, P , 然后构造加法器组 4、5、6、7、8 实现 $a1 \times d, a2 \times d, a3 \times d, a4 \times d$ 。

上述乘法模块设计完毕后, 在同一片 FPGA 上设计累加模块、时序控制模块等即构成完整的 Hilbert 变换器。本文选用 Xilinx 公司的 Virtex 系列 FPGA、ISE 设计平台、VHDL 语言硬件编程进行设计。设计编译之后即进行仿真: 用 MATLAB 产生信号频率为 3MHz 的正弦波, 10MHz 频率采样, 2048 个采样点; 采用 TEXTIO 建立文件测试平台, 导入采样点进行仿真; 仿真数据导出到 MATLAB 中, 画图显示。实际仿真结果如图 4 所示。

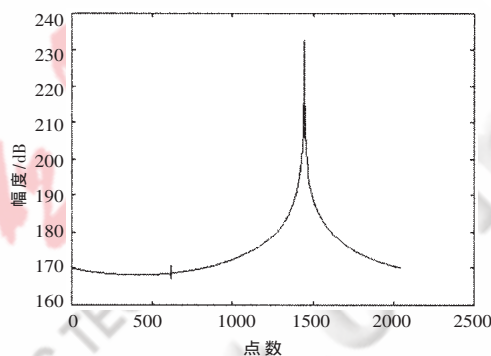


图 4 实际仿真结果

图 5 是用纯 MATLAB 程序实现 Hilbert 变换所得的理论结果。比较实际仿真结果和理论算法结果, 可以看出二者基本一致, 说明用 FPGA 对采样数据处理的结果符合 Hilbert 变换的要求, 从而验证了 FPGA 设计的正确性。

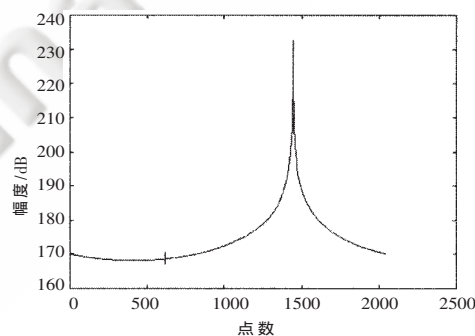


图 5 理论算法结果

利用线性变换以加法器取代乘法器, 利用一系列加数规律不断简化不等长加法器, 最终使用单片 FPGA 构建若干加法器, 实现了 Hilbert 变换。

参考文献

- 1 D.W.Rice, K.H.Wu. Quadrature Sampling with High Dynamic Range. IEEE Trans., 1982; AES-18(4)
- 2 R.L.Mitchel. Creating Complex Signal Samples from a Band-Limited Read Signal. IEEE Trans., 1989; AES-20(3)
- 3 张兴敢, 朱兆达. 1/Q 正交检波通道幅相不平衡的自校方法研究. 南京航空学院电子工程研究所, 1992, 6
- 4 Uwe Meyer-Baese (著), 刘凌, 胡永生 (译). 数字信号处理的 FPGA 实现. 北京: 清华大学出版社, 2003.1

(收稿日期: 2004-04-09)