

## 基于改进各向异性扩散的超声医学图像滤波方法

谢勤彬<sup>1</sup>, 罗代升<sup>1</sup>, 宋海波<sup>2</sup>

(1. 四川大学 电子信息学院图像信息研究所, 四川 成都 610064;

2. 四川大学 华西第一附属医院, 四川 成都 610041)

**摘要:** 为了能有效地去除超声医学图像中的噪声, 又能较好地保持图像的边缘和重要细节信息, 在  $\eta$ - $\xi$  正交坐标系下研究并分析了各向异性扩散模型(P-M 模型)的扩散滤波机制, 并在此坐标系下建立了一种新的各向异性扩散滤波方案。实验结果表明, 改进的扩散模型不仅能够有效地保持图像边缘, 而且还能够克服 P-M 模型对小尺寸噪声的敏感问题。

**关键词:** 各向异性扩散; P-M 模型; 扩散系数; 图像平滑

### A medical ultrasound image filtering method based on improved anisotropic diffusion

XIE Qin Bin<sup>1</sup>, LUO Dai Sheng<sup>1</sup>, SONG Hai Bo<sup>2</sup>

(1. Department of electronics and information, Sichuan University, Chengdu 610064, China;

2. West China Hospital, Sichuan University, Chengdu 610041, China)

**Abstract:** In order to remove noise in medical ultrasound image effectively and preserve edges and key details, the anisotropic diffusion methods based on the orthogonal coordination is discussed and constructed in this paper, a new anisotropic diffusion filtering methods which is based on this framework is proposed in this paper. The experiments show that the improved model not only preserves image edges, but also smoothes small scale feature and details.

**Key word:** anisotropic diffusion; P-M model; diffusion coefficient; image smoothing

超声医学成像因其具有直观、方便、安全和快速等优点获得了广泛的应用。然而在超声图像形成过程中会产生斑点噪声, 这些噪声的存在使得超声图像质量较差, 尤其是掩盖和降低了某些图像细节信息, 为以后的图像特征提取和识别、病情诊断及定量分析造成了不利的影 响。因此, 抑制这些噪声, 改善图像质量是超声图像分析和识别的重要预处理环节。

目前超声图像的滤波方法<sup>[1-3]</sup>主要有基于局部统计特性的自适应滤波、基于小波变换的滤波、基于各向异性扩散的滤波。基于局部统计特性的自适应滤波有 Lee 滤波器、Kuan 滤波器、Frost 滤波器等, 这类滤波器具有较好的相干斑抑制能力, 但对图像边缘的平滑是各向同性的, 在平滑噪声的同时也平滑了边缘。基于小波变换的滤波是将图像变换到小波域, 将某些尺寸的元素丢掉, 再进行逆变换以去除噪声, 但这类方法很难选择合适的尺度。基于各向异性扩散的滤波是近年来出现的一种新的超声医学图像滤波技术。20 世纪 90 年代初, 国

外学者 Perona 和 Malik<sup>[4]</sup>提出了采用方向性分布系数的各向异性扩散的滤波方法, 建立了各向异性扩散方程并将其应用到图像处理中尺度空间的图像平滑上, 取得了较好的结果。这种方法的优点在于平滑过程是沿着图像边缘的垂直方向进行, 而且数值计算上不采用窗口机制, 因此在图像处理的各个领域被广泛应用。自 P-M 模型提出以后, 各向异性扩散技术已广泛应用在图像平滑、图像分割、边缘提取和图像增强中<sup>[5-7]</sup>。然而, 对该技术不断深入的研究表明, P-M 模型仍然存在很多缺陷。因此, 许多学者对 P-M 模型进行了改进, 并取得了一定的成果<sup>[8-9]</sup>。

笔者在  $\eta$ - $\xi$  正交坐标系下研究分析了扩散方程产生的机制, 并在此坐标系下建立了一种新的各向异性扩散滤波方案, 这种滤波方法比从偏微分方程入手的 P-M 模型更加直观, 简化了理论分析。

#### 1 各向异性扩散

边缘增强和重建可以通过高通滤波或者沿尺度空

间逆向扩散得到,但前者无降噪能力,后者在数学上是一个病态问题,很难求得数值解。Perona 和 Malik 通过选取合适的扩散系数,实现了在沿尺度空间前向扩散的同时增强边缘。在 P-M 算法中,边缘采用常用的梯度微分算子来识别,这可以理解为模型将边缘检测和噪声去除很好地统一到变分方法的偏微分方程中。Perona 和 Malik 给出的偏微分方程为:

$$\begin{cases} \partial u(x, y, t) / \partial t = \text{div}[g(|\nabla u|) \times \nabla u] & t > 0 \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) & t = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $g$  为扩散程度的主控因子;  $u_0(x, y)$  为初始图像,这是偏微分中比较经典的初值问题,在不同的  $t$  时刻可以得到在此时刻下扩散滤波后的图像;  $\nabla u$  表示图像的梯度,它是一个在图像空间内的梯度矢量,  $\nabla u = (u_x, u_y)$ ;  $g(|\nabla u|)$  一般称之为扩散系数函数, P-M 模型通常取  $g(|\nabla u|) = 1/[1+(|\nabla u|/k)^2]$  或者  $g(|\nabla u|) = \exp[-(|\nabla u|/k)^2]$ , 它是梯度幅值的减函数,即梯度大时扩散系数小,梯度小时扩散系数大。这样就形成了方向性的自适应扩散,即与图像局部梯度有关的扩散滤波。设计扩散系数函数  $g(|\nabla u|)$  时,一般需满足下面三个原则:

- (1)  $g(|\nabla u|)$  是以  $|\nabla u|$  为自变量的减函数,并且  $g(|\nabla u|) > 0$ ;
- (2)  $|\nabla u| \rightarrow \infty$  时,  $g(|\nabla u|) = 0$ ;
- (3)  $|\nabla u| \rightarrow 0$  时,  $g(|\nabla u|) = 1$ 。

为了从内在坐标系下分析 P-M 模型,先定义内在坐标  $(\eta, \xi)$ 。 $\eta$  是图像梯度方向,即垂直图像特征(边缘)的方向; $\xi$  是垂直于图像梯度的方向,即沿图像特征(边缘)的方向。其定义如下:

$$\eta = \frac{(u_x, u_y)}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \quad \xi = \frac{(-u_y, u_x)}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \quad (2)$$

用  $u_{\eta\eta}$  和  $u_{\xi\xi}$  分别代表  $\eta$  方向和  $\xi$  方向的二阶导数,可以得到:

$$\begin{cases} u_{\eta\eta} = \frac{u_x^2 u_{xx} + 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} \\ u_{\xi\xi} = \frac{u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy} + u_x^2 u_{yy}}{u_x^2 + u_y^2} \end{cases} \quad (3)$$

对 P-M 方程式(1)进行变换,经整理可得到 P-M 方程的  $\eta$ - $\xi$  形式:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(|\nabla u|) \left[ 1 + \frac{|\nabla u| g'(|\nabla u|)}{g(|\nabla u|)} u_{\eta\eta} + u_{\xi\xi} \right] \quad (4)$$

将扩散系数  $g(|\nabla u|) = 1/[1+(|\nabla u|/k)^2]$  代入(4)式得到:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{1+|\nabla u|^2/k^2} \left( \frac{1-|\nabla u|^2/k^2}{1+|\nabla u|^2/k^2} u_{\eta\eta} + u_{\xi\xi} \right) \quad (5)$$

(5)式是一个非常清晰直观的扩散系数关系式。经分析知道, P-M 模型的缺点为:

- (1) 假定图像存在噪声,噪声的梯度  $|\nabla u|$  可能非常大,则保持平滑系数  $g(|\nabla u|)$  就非常小,从而将这些噪声点保留下来,降低了去噪性能。
- (2) 当  $|\nabla u|/k \leq 1$  时,在图像同质区域, P-M 模型是

正向扩散的模型,可以使得图像变得光滑;当  $|\nabla u|/k > 1$  时,沿  $\eta$  方向的扩散系数小于零,则 P-M 模型存在一个沿  $\eta$  方向的反向扩散,可以取得边缘增强的效果,但数学理论表明反向扩散是一个不适应的过程。因此,将 P-M 模型建立在  $\eta$ - $\xi$  形式下很容易发现它本身是一个病态的不稳定的过程。

由此可见,有必要对 P-M 模型进行改进,使其能够更好地抑制超声图像的相干斑噪声,保留边缘特征信息。

## 2 改进的各向异性模型

在上面分析的基础上,提出一种改进的各向异性扩散滤波算法,从而在一定程度上解决了 P-M 模型存在的问题。

在 P-M 方法的基础上,研究一种根据不同的梯度采取不同的扩散系数的扩散方程。基本思想如下:由于图像噪声往往和图像背景差别很大,因此在梯度较小的尺度区域采用较大程度的扩散,这样便会将图像中灰度相近的像素连接在一起,形成一个尺度空间范围内的同质区域,同时也加大了同质区域噪声的差别;在梯度较大的尺度区域采用新的扩散系数,此扩散系数不会使边缘  $\eta$  方向的系数为负,因此较好地解决了 P-M 模型本身的病态的不稳定现象。这样,改进的算法不仅保持了原有的优势,同时也可以更好地识别噪声和边缘。该方法的具体做法如下:

- (1) 如果  $|\nabla u| \leq K - \Delta K$ , 则平滑区域的扩散系数为:

$$g(|\nabla u|) = \frac{1}{1+|\nabla u|^2/k^2} \quad (6)$$

- (2) 如果  $|\nabla u| > K - \Delta K$ , 则边缘区域的扩散系数为:

$$g(|\nabla u|) = \frac{1}{\sqrt{1+|\nabla u|^2/k^2}} \quad (7)$$

其中,  $\Delta K$  与图像的噪声水平相关,通常取值较小,一般取  $\Delta K \leq 5$ 。从扩散的整个过程来看,随着扩散的不断进行,图像梯度的绝对值会越来越小。由于保持边缘的条件是  $|\nabla u| > K$ , 所以梯度阈值  $K$  也应该相应地减小,从而保证图像的边缘信息不被丢失。在实际应用中,取  $k(t+1) = \alpha k(t)$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $\alpha$  是退化速度。分析上面的(6)式与(7)式可以知道,采用的扩散系数满足扩散系数函数选取的三个原则。将(6)和(7)式分别代入(4)式可得到新的扩散方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{1+|\nabla u|^2/k^2} \left( \frac{1-|\nabla u|^2/k^2}{1+|\nabla u|^2/k^2} u_{\eta\eta} + u_{\xi\xi} \right) & (|\nabla u| \leq K - \Delta K) \\ \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{1+|\nabla u|^2/k^2}} \left( \frac{1}{1+|\nabla u|^2/k^2} u_{\eta\eta} + u_{\xi\xi} \right) & (|\nabla u| > K - \Delta K) \end{cases} \quad (8)$$

在图像的平滑区域,采取较大程度的扩散系数(6)式,比较(6)式和 P-M 模型的扩散系数  $1/(1+|\nabla u|^2/k^2)$ , 不难看出:当  $|\nabla u| \geq 1$  (通常当图像受到噪声污染时  $|\nabla u| \geq 1$ ) 时,  $\frac{1}{1+|\nabla u|^2/k^2} \geq \frac{1}{\sqrt{1+|\nabla u|^2/k^2}}$ , 由此可知, P-M 模型不能有效地消除小尺度区域的噪声和梯度很大的突变,而式

(6)能较好地抑制噪声,同时使得同质区域得到较好的连接;在图像边缘区域,  $|\nabla u|^2 \gg k$ 。由(8)式可以看出,  $u_m$  的系数  $\frac{1}{1+|\nabla u|^2/k^2} \rightarrow 0$ , 这样就改善了 P-M 模型中边缘的梯度沿  $\eta$  方向反向扩散的缺陷,从而有效地保持边缘。

根据(8)式,进一步分析各向异性扩散方程的机制:在扩散过程中存在一个总的扩散程度因子  $g(|\nabla u|)$ , 它使得在图像梯度大的地方扩散程度小,在图像梯度小的地方扩散程度大。同时,对于正交坐标系  $\eta-\xi$  中的两个不同方向  $\eta$  和  $\xi$ , 同样也有其扩散程度的因子,为了下面讨论的方便,在这里将控制系数分别令成  $A$  和  $B$ 。

$g(|\nabla u|)$  为全局扩散因子,  $A$  和  $B$  分别表示沿坐标系  $\eta-\xi$  两个方向  $\eta$  和  $\xi$  的平滑程度。假设选择  $A=1, B=0$ , 则扩散只沿着  $\eta$  进行;如果选择  $A=0, B=1$ , 则扩散只沿着  $\xi$  进行,因此采用  $A^2+B^2=1$  对其进行规一化。一般来说,总的扩散系数  $g(|\nabla u|)$  比较重要,  $A$  和  $B$  可以进行特殊的选择。

若采用  $A=1/|\nabla u|$ , 则相应的  $B=\sqrt{1-(1/|\nabla u|)^2}$ , 因此扩散方程可以简化为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(|\nabla u|) \left[ \frac{1}{\nabla u} u_m + \sqrt{1-(1/|\nabla u|)^2} u_{\xi\xi} \right] \quad (9)$$

下面对新的扩散滤波方程进行分析:

当  $|\nabla u| \leq K - \Delta K$  时,即在图像的平滑区域,由于此时  $\nabla u$  很小,因此  $1/|\nabla u|$  就会很大,即  $A$  很大,此时的扩散就由  $\eta$  方向的扩散来控制,所以图像的平滑就很大,达到平坦区域扩散量大的要求。

当  $|\nabla u| > K - \Delta K$  时,即在图像的边缘区域,由于此时的  $\nabla u$  很大,因此  $1/|\nabla u|$  就很小,即  $A$  很小,则  $B$  就相对大些,此时的扩散系数就主要由  $\xi$  方向来控制。

综上所述,得到新的扩散方程如下:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(|\nabla u|) \left[ \frac{1}{\nabla u} u_m + \sqrt{1 - \frac{1}{(\nabla u)^2}} u_{\xi\xi} \right] \quad (10)$$

其中, 
$$g(|\nabla u|) = \begin{cases} \frac{1}{1+|\nabla u|^2/k^2} & (|\nabla u| \leq K - \Delta K) \\ \frac{1}{\sqrt{1+|\nabla u|^2/k^2}} & (|\nabla u| > K - \Delta K) \end{cases}$$

### 3 实验结果及分析

为了验证改进的扩散滤波方法的有效性和适用性,利用超声医学图像(图 1(a))进行了实验。为了客观地评价改进的各向异性扩散滤波方法的处理结果,这里采用峰值信噪比(PSNR)描述:

$$PSNR = 20 \log_{10} \left( \frac{255}{\sigma} \right)$$

式中,  $\sigma$  是图像方差

图 1(a)为超声心脏图像,分别使用自适应中值滤波、P-M 各向异性扩散滤波和本文提出的各向异性扩散滤波进行滤波,结果如图 1(b)~图 1(d)所示。其峰值信噪比 PSNR 的量化比较参见表 1。

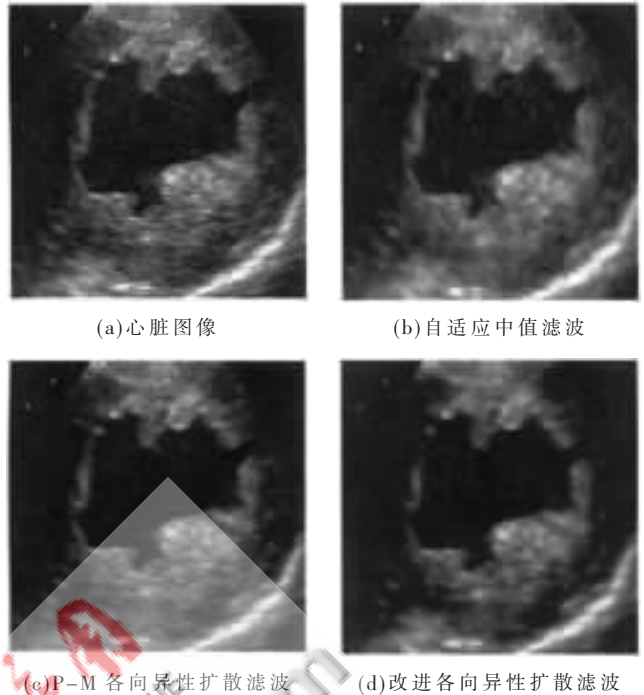


图 1 医学超声图像实验结果

表 1 峰值比 PSNR 的量化比较

图像	噪声图像	中值	P-M	改进算法
PSNR	15.8918	16.0876	16.4170	16.9850

观察心脏壁上原来较模糊的区域发现,利用改进的各向异性扩散滤波后的图像边界变得比较明显,使用简单的边界提取方法便能够容易地提取图像原本模糊的边界。

综合图 1 中图像的视觉效果和表 1 的量化比较,可以得出,本文采用的改进的各向异性扩散滤波明显优于其他方法,不但能有效的抑制图像中的噪声,而且图像的边缘依然清晰可见。

本文从各向异性扩散方程的  $\eta-\xi$  内在正交坐标系研究和分析了 P-M 模型产生各向异性扩散作用的机理,指出了 P-M 模型的不足之处,并在此坐标系下建立了一种新的各向异性扩散滤波方案,该方法比传统的基于偏微分方程的各向异性扩散滤波方法更为直观。最后将改进的各向异性扩散滤波方法应用到超声图像中,实验结果表明,本文提出的各向异性扩散滤波方法在去除噪声的同时,较好地保持了图像边缘的信息。

### 参考文献

- [1] Burkhardt C B. Speckle in ultrasound B-mode Scans[J]. IEEE Transactions Sonics and Ultrason. 1978, 25(1): 1-6.
- [2] HAO X H, GAO S K, GAO X R. A novel multiscale nonlinear thresholding method for ultrasonic speckle suppressing[J]. IEEE Transactions Medical Imaging, 1999, 18(9): 787-794.
- [3] Loupas T, McDicken W N, Allan P L. An adaptive weighted



- median filter for speckle suppression in medical ultrasonic images[J].IEEE Transactions Circuits Systems , 1989 , 36(1) : 129-135.
- [4] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7) : 629-639.
- [5] Catte F, Lions P L, Morel J, et al. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(1) : 182-193.
- [6] Weickert J. Coherence-enhancing diffusion filtering[J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 31(2/3) : 111-127.
- [7] Alvarez L, Lions P L, Morel J. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(3) : 845-866.
- [8] Monteil J, Beghdadi A. A new interpretation and improvement of the nonlinear anisotropic diffusion for image enhancement[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(9) : 940-946.
- [9] Black M J, Sapiro G, Marimont D H, et al. Robust anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3) : 421-432.

(收稿日期: 2007-07-24)

电子技术应用  
APPLICATION OF ELECTRONIC TECHNIQUE  
www.chinaaet.com