

基于小波域高斯混合模型 与中值滤波的图像去噪研究*

杨辉¹, 彭良玉^{1,2}, 陆世专³

- (1. 湖南师范大学 物理与信息科学学院, 湖南 长沙 410081;
- 2. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083;
- 3. 南京大学 物理学系, 江苏 南京 210093)

摘要: 分析了基于高斯混合模型的小波去噪方法, 并结合中值滤波提出一种新的图像去噪方法。仿真实验表明, 将两种方法结合起来用于含混合噪声的图像去噪, 比单独使用中值滤波或小波去噪的效果更好。

关键词: 图像去噪 高斯混合模型 小波去噪 中值滤波

图像去噪在图像处理中具有重要意义。随着小波理论的发展, 基于小波的去噪算法成为一个重要的研究方向。世界各国科学家提出各种不同小波域图像去噪的方法: Donoho 提出的小波萎缩方法是小波去噪研究中非常重要的理论, 它的基本原理就是根据软、硬阈值方法滤除噪声; Xu 利用不同尺度间小波系数的相关性来区别噪声与原始信号, 通过阈值来滤除噪声; Malfait 和 Roose 在贝叶斯概率分布框架下利用马尔科夫随机模型对噪声图像建模, 进行噪声抑制; Simoncelli 和 Adelson 利用广义拉普拉斯分布对小波系数建模, 用非线性小波萎缩方法滤除噪声; Miheak 提出一种图像去噪空间自适应统计模型, 小波系数被视为高度相关的高斯随机分布变量, 同时估计噪声与原始信号的方差参数, 用最小均方差估计(MMSE)来恢复图像小波系数; Chang 与 Vetterli 将图像小波系数建模为广义高斯分布, 并用邻域模型估计参数变量, 对每个小波系数设置阈值进行去噪。根据以上关于小波域图像去噪研究的分析, 图像的精确统计模型是很关键的, 图像小波系数的模型参数估计与阈值的选择将直接影响到去噪的精确性。

图像噪声按性质可分为高斯噪声(白噪声)和脉冲噪声两类。中值滤波可以很好地滤除脉冲噪声, 但滤除高斯噪声效果不理想。而小波变换可以较好地滤除高斯噪声。本文首先分析了一种随像素自适应调整的高斯混合模型, 经实验表明, 该模型滤除高斯噪声的效果比较好, 但滤除脉冲噪声的效果不如中值滤波。因此, 将这种小波去噪方法与中值滤波结合起来, 可以对含高斯和脉冲混合噪声的图像起到比较好的去噪效果。

1 图像小波系数的高斯混合模型及其参数估计

1.1 高斯混合模型

Chipman 等针对一维信号, 将每个系数的概率密度函数视为两个均值为零、方差不同的正态分布之和, 提出了高斯混合模型^[1]。

对二维图像, 设 $Y[i, j]=X[i, j]+V[i, j]$, $Y[i, j]$ 、 $X[i, j]$ 、 $V[i, j]$ 分别代表观测到的含噪图像、真实图像以及噪声的小波系数。借鉴 Chipman 的思想, 图像的每个系数也可以建模为两个均值为零、方差不同的正态分布之和^[2]:

$$X[i, j] \sim P[i, j] \times N(0, \sigma_1^2[i, j]) + (1-P[i, j]) \times N(0, \sigma_0^2[i, j]) \quad (1)$$

该模型中有三个参数: $\sigma_1^2[i, j]$ 、 $\sigma_0^2[i, j]$ 、 $X[i, j]$, 其中 $\sigma_1^2[i, j]$ 、 $\sigma_0^2[i, j]$ 表示 $X[i, j]$ 的大小方差, $P[i, j]$ 表示 $X[i, j]$ 的大方差的概率, 每个系数的参数随像素自适应调整。

1.2 模型参数估计

为了得到随像素自适应调整的模型参数, 首先对小波系数进行分类。Chang 等在子带自适应 BayesShrink 阈值基础上提出了空间自适应阈值^[3]:

$$T[i, j] = \frac{\sigma_n^2}{\sigma[i, j]} \quad (2)$$

式中, σ_n^2 代表噪声方差, $\sigma[i, j]$ 代表当前系数的标准差。噪声方差 σ_n^2 采用目前小波去噪中通用且有效的中值估计法得到:

$$\hat{\sigma}_n = \text{Median}(|Y[i, j]|) / 0.6745, \quad Y[i, j] \in HH_k \quad (3)$$

$\sigma[i, j]$ 采用下式估计:

$$\hat{\sigma}[i, j] = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_Y^2[i, j] - \hat{\sigma}_n^2, 0)} \quad (4)$$

* 基金项目: 湖南省自然科学基金项目(06JJ50117)、湖南省教育厅资助项目(05C404)

$$\text{式中: } \hat{\sigma}_Y^2[i, j] = \frac{1}{|N[i, j]|} \times \sum_{k, l \in N[i, j]} Y^2[k, l] \quad (5)$$

式中, $N[i, j]$ 是以当前系数 $Y[i, j]$ 为中心的正方形窗口, $|N[i, j]|$ 表示窗口中系数的个数。

利用(2)式的空间自适应阈值对小波系数进行分类, 首先定义子带二值掩模 M :

$$M[i, j] = \begin{cases} 1, & |Y[i, j]| \geq T[i, j] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

然后根据系数对应的掩模值是 1 或 0 将其分成两类。

图像小波子带内的系数具有局部空间聚集性, 某系数的统计特性可视为其邻域系数的函数^[4-6]。 $X[i, j]$ 的大小方差 $\sigma_1^2[i, j]$ 、 $\sigma_0^2[i, j]$ 以及 $P[i, j]$ 均可利用邻域窗口 $N[i, j]$ 中已分类的系数信息进行估计。设 $N_1[i, j]$ 、 $N_0[i, j]$ 分别是邻域 $N[i, j]$ 中掩模值为 1、0 的系数所组成的集合。由于掩模值为 1 的系数幅度较大, 这些大系数在 $N[i, j]$ 中所占的比例显然是 $P[i, j]$ 的一个简单却有效的估计:

$$\hat{P}[i, j] = \frac{|N_1[i, j]|}{|N[i, j]|} = \frac{\sum_{k, l \in N_1[i, j]} M[k, l]}{|N[i, j]|} \quad (7)$$

大方差 $\sigma_1^2[i, j]$ 的估计仅利用 $N[i, j]$ 中掩模值为 1 的大系数:

$$\hat{\sigma}_1^2[i, j] = \max \left[\frac{1}{|N_1[i, j]|} \times \sum_{k, l \in N_1[i, j]} Y^2[k, l] - \hat{\sigma}_n^2, 0 \right] \quad (8)$$

小方差 $\sigma_0^2[i, j]$ 的估计则仅利用 $N[i, j]$ 中掩模值为 0 的小系数:

$$\hat{\sigma}_0^2[i, j] = \max \left[\frac{1}{|N_0[i, j]|} \times \sum_{k, l \in N_0[i, j]} Y^2[k, l] - \hat{\sigma}_n^2, 0 \right] \quad (9)$$

2 基于高斯混合模型的小波去噪与中值滤波相结合的图像去噪

模型及参数确定以后, 在高斯白噪声条件下, 根据贝叶斯后验均值估计理论, 从含噪观测数据 $Y[i, j]$ 中得到真实图像数据 $X[i, j]$ 的估计:

$$\hat{X}[i, j] = H[i, j] \times Y[i, j] = \left[\hat{P}[i, j] \times \frac{\hat{\sigma}_1^2[i, j]}{\hat{\sigma}_1^2[i, j] + \hat{\sigma}_n^2} + (1 - \hat{P}[i, j]) \times \frac{\hat{\sigma}_0^2[i, j]}{\hat{\sigma}_0^2[i, j] + \hat{\sigma}_n^2} \right] \times Y[i, j] \quad (10)$$

式中, $H[i, j]$ 相当于一种加权维纳滤波器。

基于高斯混合模型的小波去噪算法描述如下:

(1) 对含噪图像做小波变换。

(2) 除近似系数子带外, 对每一个高频细节子带做如下处理:

① 按(3)式计算 $\hat{\sigma}_n$, 按(5)式计算

$\hat{\sigma}_Y^2[i, j]$, 按(4)式计算 $\hat{\sigma}[i, j]$, 按(2)式得到局部贝叶斯阈 $T[i, j]$ 。

② 按(6)式求出每个系数对应的掩模值, 即对系数进行分类。

③ 按式(7)~(9)对模型参数进行估计。

④ 按(10)式得到真实图像系数的估计。

(3) 做小波逆变换, 得到去噪后的恢复图像。

基于高斯混合模型的小波去噪算法在滤除高斯白噪声方面要明显优于其他传统的去噪方法及一般的小波去噪方法, 对脉冲噪声的滤除效果也优于一般的小波去噪方法, 但滤除脉冲噪声却并不理想。而中值滤波虽然对高斯白噪声的滤除效果不理想, 但可以很好地滤除脉冲噪声。中值滤波的算法可表示为:

$$y_i = \text{Med}\{f_{i-v}, \dots, f_i, \dots, f_{i+v}\}, \quad i \in Z, \quad v = \frac{m-1}{2} \quad (11)$$

它使用一个滑动窗口在像素间滑动, 每次处理一个像素, 窗口大小可根据噪声分布情况决定, 一般可取一个 3×3 的窗口。被处理的像素处于窗口的中心, 将窗口内的像素灰度值排序, 取排在中间的灰度值作为被处理像素的灰度值。因此, 将基于高斯混合模型的小波去噪算法与中值滤波结合起来, 对含高斯白噪声和脉冲噪声两种噪声的图像去噪, 可以取得更好的去噪效果。

3 实验结果及分析

用 512×512 的标准 Lena 图像进行测试, 分别加入高斯白噪声、脉冲噪声、高斯脉冲混合噪声, 做了三组实验, 用几种方法进行去噪处理, 比较各种方法的去噪性能。

第一组实验: 加入不同强度的高斯白噪声, 分别用中值滤波、小波软阈值、高斯混合模型的小波去噪算法进行去噪处理, 中值滤波采用 3×3 的窗口, 小波软阈值和高斯混合模型小波去噪都采用 Symmlet8 小波进行四层分解, 高斯混合模型中采用 5×5 的窗口。

图 1 为用 imnoise 函数加入均值为 0、归一化噪声强度为 0.05 时的各种算法去噪效果图。从图可以看出, 中值滤波对高斯白噪声的滤除效果不好, 小波软阈值去噪后图像变得比较模糊, 高斯混合模型小波去噪能取得比较理想的去噪效果。

表 1 为加入不同噪声强度的噪声图像和各种算法去噪后的均方误差(MSE)和峰值信噪比(PSNR)。从表中可以看出, 高斯混合模型去噪后可以得到比较高的峰值信噪比。

第二组实验: 加入脉冲噪声, 用第一组的三种算法



加噪图像

中值滤波

小波软阈值去噪

高斯混合模型小波去噪

图 1 不同算法用于高斯白噪声的去噪效果图

进行去噪处理,去噪效果如图 2 所示。从图可以看出, 中值滤波滤除脉冲噪声的效果特别好,小波软阈值对脉冲噪声的抑制作用不明显,高斯混合模型的效果处于前两者之间。

第三组实验:加入高斯和脉冲混合噪声,分别用中值滤波、高斯混合模型小波去噪、中值滤波与高斯混合模型结合进行去噪处理,去噪效果图如图 3 所示。从图可以看出,结合方法可以取得比单独使用中值滤波或基于高斯混合模型的小波去噪更好的效果。

表 2 不同算法用于高斯脉冲混合噪声去噪的实验结果(MSE/PSNR)

加噪图像	中值滤波	高斯混合模型	结合方法
3601.1/12.5665	656.5187/19.9583	217.4614/24.7570	184.9071/25.4613
4393.8/11.7024	748.6623/19.3879	266.0211/23.8816	197.0401/25.1853
6144.0/10.2193	1399.1/16.6724	365.6356/22.5003	250.9767/24.1345

声的图像去噪可以得到比单独使用其中任何一种去噪方法更好的效果。

参考文献

表 1 不同算法用于高斯白噪声去噪的实验结果(MSE/PSNR)

归一化噪声强度 σ	加噪图像	中值滤波	小波软阈值	高斯混合模型
0.02	1245.3/17.1781	251.0246/24.1336	241.8550/24.2953	130.2057/26.9845
0.05	2799.8/13.6595	577.6970/20.5138	315.6897/23.1382	180.6713/25.5619
0.1	4761.3/11.3535	1096.7/17.7301	397.5210/22.1372	262.1503/23.9453

表 2 为加入高斯脉冲混合噪声的图像和各种方法去噪后的均方误差(MSE)和峰值信噪比(PSNR)。从表中也可以看出,结合方法去混合噪声的效果最好,去噪后峰值信噪比最高。



加噪图像 中值滤波 小波软阈值去噪 高斯混合模型小波去噪

图 2 不同算法用于脉冲噪声的去噪效果图



加噪图像 中值滤波 高斯混合模型小波去噪 结合方法去噪

图 3 不同方法用于混合噪声的去噪效果图

基于高斯混合模型的小波去噪滤除高斯白噪声能取得较好的效果,但其滤除脉冲噪声的效果没有中值滤波好,将其与中值滤波结合起来用于含高斯脉冲混合噪

[1] CHIPMAN H A, KOLACZYK E D, McCulloch R E. Adaptive bayesian wavelet shrinkage[J]. Journal of the American Statistics Association, 1997, 92 (440): 1413-1421.

[2] 侯建华,熊承义,田金文,等.图像小波系数的高斯混合模型研究[J].计算机应用,2006,26(3):579-581.

[3] CHANG S G, Yu B, VETTERLI M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9 (9): 1522-1531.

[4] MIHEAK M K, KOZINTSEV I, RAM-CHANDRAN K, et al. Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1999, 6(12): 300-303.

[5] CROUSE M S, NOWAK R D, BARANIUK R G. Waveletbased statistical signal processing using hidden Markov models[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46(4): 886-902.

[6] CHEN G Y, BUI T D, KRZYSAK A. Image denoising using neighbouring wavelet coefficients[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing(ICASSP)[C], 2004, (2): 917-920.

(收稿日期:2006-12-03)